

Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Diplomarbeit

im Studiengang Physik

vorgelegt von

Ute Schnorrberger

aus Schwetzingen

2006

Tunneln mit Antrieb

Die Diplomarbeit wurde von Ute Schnorrberger ausgeführt am

Kirchhoff-Institut für Physik

unter der Betreuung von

Herrn Prof. Dr. M. K. Oberthaler

Tunneln mit Antrieb

In dieser Arbeit werden die Ergebnisse der Beobachtung von Tunnelprozessen einzelner Argonatome in einem periodischen Doppeltopfpotential präsentiert. Darüber hinaus werden erste Messungen periodisch getriebenen Tunnelns diskutiert.

In unserem Experiment verwenden wir einen langsamen intensiven Strahl metastabiler Argonatome und einen Detektor zur räumlichen Auflösung einzelner Atome. Wir erzeugen ein periodisches Doppeltopfpotential durch Addition der Dipolpotentiale zweier stehender Wellen mit den Periodizitäten λ und $\lambda/2$. Die Präparation des Anfangszustands erfolgt durch eine stehende Lichtwelle, resonant mit einem offenen Übergang, welche die Atome jedes zweiten Topfes in den nicht zu detektierenden Grundzustand überführt. Das Treiben wird durch eine kleine Veränderung der Periodizität einer der stehenden Wellen, welche das Doppeltopfpotential erzeugen, realisiert. Durch Verändern der Frequenz oder der Amplitude der periodischen Antriebskraft erreichen wir eine signifikante Abnahme der Frequenz des Tunnelprozesses.

Driven tunneling

This thesis presents the results of studying the tunneling process of single argon atoms in a periodic double-well potential. Furthermore, first measurements of periodically driven quantum tunneling will be discussed.

In our experiment we use a slow intensive beam of metastable argon atoms combined with spatially resolved single atom detection. We create a periodic double-well potential by adding the dipole potentials of two standing light waves with periodicity λ and $\lambda/2$. The preparation of the initial state is accomplished utilizing a standing light wave resonant with an open transition transferring the atoms of every second well to the not detectable ground state. The driving is realized by slightly changing the periodicity of one of the standing light waves creating the double-well potential. By tuning the frequency or the amplitude of the periodic driving force we achieved a significant slow-down of the tunnel process.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	3
2.1	Doppelpotentialsystem	3
2.2	Floquet-Theorie	5
3	Tunnelsystem	9
3.1	Argon-Atomstrahl und Atomstruktur	9
3.2	Doppelpotential	11
3.2.1	Dipolpotential	11
3.2.2	Konstruktion des Doppelpotentials	12
3.3	Entwicklung der Wellenfunktion	15
3.3.1	Von der ebenen Welle zum Grundzustand	15
3.3.2	Präparation der Anfangswellenfunktion	16
3.3.3	Zeitliche Entwicklung und Messprozess	16
4	Simulationsmethoden	19
4.1	Bloch-Theorie und Vielstrahlmethode	19
4.2	Zwei-Zustands-Näherung	22
4.3	Floquet-Matrix-Methode	23
4.4	Split-Step-Fourier-Methode	28
4.5	Vergleich der Simulationsmethoden	29
5	Ergebnisse zum Tunnelsystem	33
5.1	Tunneln in zeitlich konstantem Potential	33
5.1.1	Grundjustage	33
5.1.2	Messungen zur Präparation des Anfangszustandes	36
5.1.3	Potentialtiefe	42
5.1.4	Symmetrie	47
5.2	Tunneln mit Antrieb	53
5.2.1	Treibfrequenz	54
5.2.2	Treibamplitude	56
6	Zusammenfassung und Ausblick	59
A	Atomstrahlapparatur	61
	Literaturverzeichnis	66

Kapitel 1

Einleitung

Eines der bekanntesten Phänomene der Quantenmechanik ist der Tunneleffekt [1]. In der klassischen Physik ist es unmöglich, dass ein Teilchen an einen Ort hinter einer Potentialbarriere gelangen kann, wenn seine Energie nicht ausreicht, sie zu überwinden. Louis De Broglie postulierte 1924, dass der Welle-Teilchen-Dualismus nicht nur für Licht sondern auch für Materie [2] gilt. Demnach kann ein Teilchen als Materiewelle einer bestimmten Frequenz beschrieben werden. Daraus ergibt sich, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens im klassisch verbotenen Bereich nur exponentiell abnimmt, aber nicht komplett verschwindet. Quantenmechanisch ist es demnach möglich, dass das Teilchen durch die Barriere tunnelt.

Dieser Tunneleffekt hat in den letzten Jahrzehnten zu einigen wichtigen Errungenschaften geführt, wie beispielsweise dem Rastertunnelmikroskop (Nobelpreis für G. Binnig und H. Rohrer 1986, [3]), der Zener-Diode, Josephson-Kontakten (Nobelpreis für B. D. Josephson 1962, [4]), SQUIDs oder ganz aktuell zu einer Kältemaschine, welche bis auf 100 mK unter Ausnutzung des Tunnelns von Elektronen in einem Metall-Isolator-Supraleiter-Kontakt herunterkühlt [5].

Tunnelprozesse finden auch in der Natur recht häufig statt. In der Molekülphysik ist hierzu z.B. das NH_3 -Molekül zu nennen, bei welchem das Stickstoffatom bei der Inversionsschwingung durch die Ebene der drei Wasserstoffatome tunnelt, auch wenn dessen Energie kleiner ist als der Potentialberg [6]. In der Teilchenphysik ist der Tunneleffekt für den α -Zerfall sowie die Kernfusion in Sternen mitverantwortlich. In der Chemie tritt der Tunneleffekt aufgrund seiner geringen Masse in erster Linie beim Transfer von Wasserstoff auf. Dies ist allerdings einer der wichtigsten Prozesse der Biologie. Unter Biochemikern ist hierbei noch umstritten, ob Enzyme in der Lage sind, z.B. durch molekulare Vibrationen, solche Tunnelprozesse zu fördern [7].

Ein Doppelpotential, welches im Zentrum unseres Experiments steht, ist besonders gut dazu geeignet, das Tunneln einzelner Atome zwischen den beiden Mulden zu untersuchen. Die Tunnelwahrscheinlichkeit und damit die Tunnelfrequenz hängt im Allgemeinen von der Höhe der Barriere und der Form des Potentials ab.

Darüber hinaus gibt es auch noch die Möglichkeit die Tunneldynamik durch einen zeitabhängigen Antrieb zu verändern. Ausgehend von einem symmetrischen Doppelpotf (mit

gleich tiefen Mulden) wird dabei so an den Töpfen *gewackelt*, dass periodisch abwechselnd eine Mulde tiefer ist und die andere höher als im symmetrischen Zustand [8].

Dies bietet die Möglichkeit die Physik periodisch getriebener bistabiler Systeme zu untersuchen. Zu solchen getriebenen Systemen zählen z.B. Atome oder Moleküle in Laserfeldern oder mit Mikrowellen bestrahlte Josephson-Kontakte.

Die Theorie zur Lösung solcher periodisch zeitabhängiger Probleme geht auf den französischen Mathematiker Gaston Floquet (1847-1920) zurück, welcher sich mit Lösungen gewöhnlicher Differentialgleichungen mit periodischen Koeffizienten [9] beschäftigt hat. Die Floquet-Matrix-Methode [10] bietet uns die Möglichkeit das komplexe und unerwartete Verhalten der Tunneldynamik in Doppeltöpfen mit Antrieb theoretisch zu untersuchen.

In unserem Experiment wurde hierbei sowohl der Einfluss der Treibeamplitude als auch der Treibefrequenz erstmals experimentell untersucht.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert:

Im Theoriekapitel wird zunächst das Doppeltopfsystem vorgestellt und mit Hilfe der Beschreibung durch symmetrische und antisymmetrische Eigenfunktionen motiviert, weshalb in solch einem System der Tunneleffekt auftritt. Im Anschluss daran werden die Veränderungen der Beschreibung, welche sich durch das Treiben am System ergeben, mit der Floquet-Theorie dargelegt.

Im nächsten Kapitel wird der experimentelle Aufbau zur Durchführung der Tunnelmessungen präsentiert, um dann Methoden zur Simulation unserer Experimente vorstellen zu können.

Im vorletzten Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse präsentiert. Sowohl die Vorbereitungen zu den Messungen als auch die Untersuchungen des Tunnelns einzelner Argonatome in Abhängigkeit verschiedener Parameter im statischen und im getriebenen Doppeltopfpotential werden ausführlich diskutiert.

Details zur Atomstrahlapparatur finden sich im Anhang.

Kapitel 2

Theorie

In diesem Kapitel wird zunächst das Doppelpotential vorgestellt und erläutert, warum es sich hierbei um ein ideales System zur Untersuchung des Tunneleffekts handelt. Dabei wird auch erklärt, welche Parameter die Tunneldynamik bestimmen. Die Veränderungen der Tunneldynamik, die eintreten, wenn man das System treibt, werden mit Hilfe der Floquet-Theorie erörtert, angelehnt an eine Veröffentlichung von P. Hänggi ([10], Kapitel 5). Der Floquet-Formalismus beschreibt das System analog zum bekannteren Bloch-Formalismus, welcher für örtlich periodische Situationen angewendet wird.

2.1 Doppelpotentialsystem

Ein quantenmechanisches Doppelpotential besitzt diskrete Energieniveaus und dazugehörige Eigenfunktionen. Die zwei energetisch tiefsten Zustände bilden das sogenannte Grundzustandsdublett. Der energetisch tiefste Zustand $|+\rangle$ besitzt eine symmetrische Eigenfunktion und gehört zum Energieeigenwert E_1 , der nächsthöhere Zustand $|-\rangle$ besitzt eine antisymmetrische Eigenfunktion und wird der Eigenenergie E_2 zugeordnet (Abbildung 2.1). Durch Superposition dieser beiden Zustände erhält man eine Wellenfunktion $|l\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle + |-\rangle)$, welche in der linken Mulde lokalisiert ist oder eine Wellenfunktion $|r\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle - |-\rangle)$, in der rechten Mulde lokalisiert. Nun kann man wiederum den symmetrischen und antisymmetrischen Eigenzustand in dieser neu konstruierten Basis darstellen:

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|l\rangle + |r\rangle) \quad (2.1)$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|l\rangle - |r\rangle). \quad (2.2)$$

Wenn man die zeitliche Entwicklung dieser Zustände betrachten möchte, muss man den Zeitentwicklungsoperator $U = \exp(-\frac{i}{\hbar}Ht)$ anwenden:

$$|+\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|l\rangle + |r\rangle) \exp\left(-i\frac{E_1}{\hbar}t\right) \quad (2.3)$$

$$|-\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|l\rangle - |r\rangle) \exp\left(-i\frac{E_2}{\hbar}t\right). \quad (2.4)$$

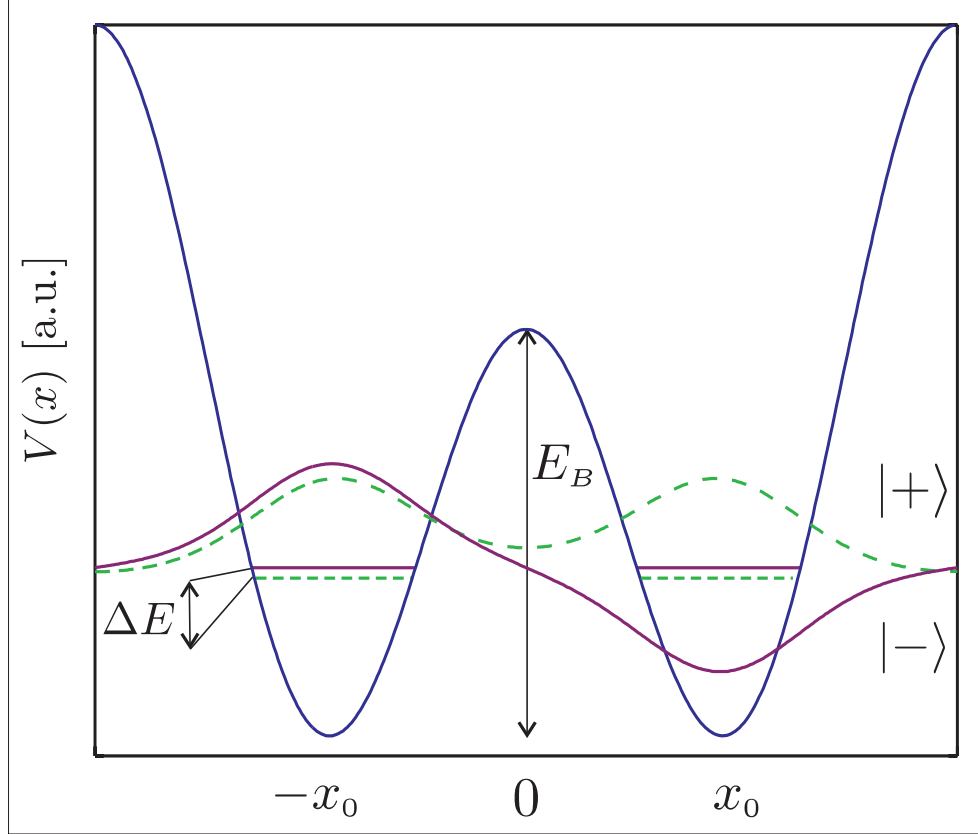


Abbildung 2.1: Doppeltopfpotential mit der symmetrischen $|+\rangle$ und der antisymmetrischen $|-\rangle$ Grundzustandswellenfunktion. Die Größe der Tunnelaufspaltung ΔE gibt an, wie schnell ein Teilchen zwischen den Mulden hin- und hertunnelt.

Unter der Annahme, dass zur Zeit $t = 0$ die Wellenfunktion in der linken Mulde lokalisiert ist, ergibt sich daraus

$$|\psi\rangle(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\exp(-i\frac{E_1}{\hbar}t)|+\rangle + \exp(-i\frac{E_2}{\hbar}t)|-\rangle \right). \quad (2.5)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen im rechten Topf ist, erhält man durch Projektion der Wellenfunktion auf den Zustand $\langle r|$ und Bildung des Betragsquadrats:

$$\begin{aligned} |\langle r|\psi\rangle(t)|^2 &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-i\frac{E_1}{\hbar}t\right) \left(\langle r|+\rangle + \exp\left(-i\frac{\Delta}{\hbar}t\right) \langle r|-\rangle \right) \right|^2 \\ &= \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-i\frac{E_1}{\hbar}t\right) \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \exp\left(-i\frac{\Delta}{\hbar}t\right) \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right|^2 \\ &= \frac{1}{4} \left| 1 + \exp\left(-i\frac{\Delta}{\hbar}t\right) \right|^2. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Mit der Umformung $\cos z = \frac{1}{2}(e^{iz} + e^{-iz})$ erhält man

$$|\langle r|\psi\rangle(t)|^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\Delta}{\hbar}t\right). \quad (2.7)$$

Hierbei ist $\Delta = E_2 - E_1$ die Tunnelaufspaltung, da diese Differenz die Frequenz bestimmt, mit der das Atom mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit abwechselnd in der rechten und in der linken Mulde lokalisiert ist. Die Tunnelaufspaltung gibt also an, wie schnell das Teilchen hin- und hertunnelt. Eine Periode des Tunnelns beträgt somit:

$$T_t = \frac{2\pi}{\Delta} \cdot \hbar. \quad (2.8)$$

Die Tunnelaufspaltung und damit die Tunnelfrequenz hängt von der Barrierenhöhe E_B ab, wobei die Aufspaltung umso größer wird, je niedriger die Barriere ist. Von einem Tunnelprozess kann man eigentlich nur sprechen, wenn die Energien des Grundzustandsdubletts unterhalb der Barriere liegen.

2.2 Floquet-Theorie

Der Hamiltonoperator des im folgenden diskutierten periodisch getriebenen Doppelpotentials sieht folgendermaßen aus:

$$H(t) = H_0 + Sx \sin \omega t, \quad (2.9)$$

wobei H_0 der Hamiltonoperator des ungestörten statischen Doppelpotentialsystems ist. Im Allgemeinen Fall wird der periodische Antriebsterm als Fourierreihe verschiedener Treibfrequenzen dargestellt. S gibt die Treibeamplitude und ω die Treibfrequenz an. Da der Hamiltonoperator periodisch in der Zeit ist,

$$H(t) = H(t + T) \quad \text{mit} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (2.10)$$

kann der Floquet-Formalismus angewendet werden. Nach dem Floquet-Theorem existieren für die Schrödingergleichung

$$\left(H(x, t) - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \right) \Psi(x, t) = 0 \quad (2.11)$$

Lösungen der Form

$$\Psi_\alpha(x, t) = \exp(i\epsilon_\alpha t / \hbar) \Phi_\alpha(x, t). \quad (2.12)$$

$\Phi_\alpha(x, t)$ sind die sogenannten Floquetzustände, welche ebenfalls periodisch in der Zeit sind ($\Phi_\alpha(x, t) = \Phi_\alpha(x, t + T)$) und ϵ_α steht für deren Quasienergien.

Durch Einführen des Floquet-Hamiltonoperators

$$\mathcal{H}(x, t) \equiv H(x, t) - i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (2.13)$$

erhält man nach Einsetzen von (2.12) in (2.11) eine Eigenwertgleichung für diese Quasienergien:

$$\mathcal{H}(x, t) \Phi_\alpha(x, t) = \epsilon_\alpha \Phi_\alpha(x, t). \quad (2.14)$$

Mit $\Phi_{\alpha n}(x, t) \equiv \Phi_\alpha(x) \exp(in\omega t)$ und $\epsilon_{\alpha, n} \equiv \epsilon_\alpha + n\hbar\omega$, wobei $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, ergeben

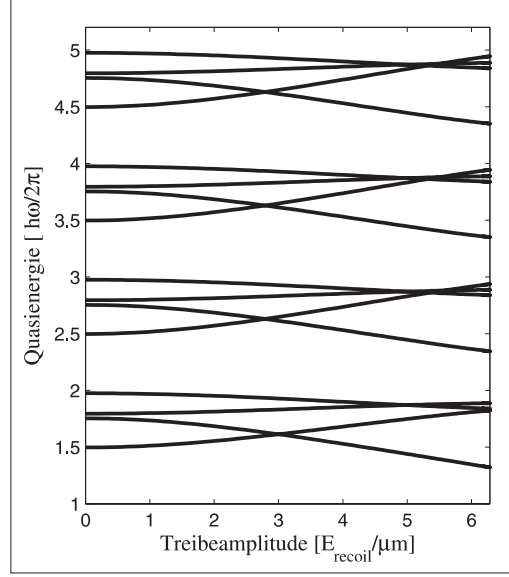


Abbildung 2.2: Quasienergien in Einheiten von $\hbar\omega$ in Abhängigkeit von der Treibeamplitude für getriebene Doppeltöpfe bei einer Treibefrequenz von 6 kHz ($V_{SW} = 8,27 E_{recoil}$, $V_{SW60} = 2,68 E_{recoil}$).

sich verschiedene physikalisch identische Lösungen $\Psi_\alpha(x, t)$ für alle n . In Abbildung 2.2 ist ein Ausschnitt eines Floquetspektrums dargestellt, indem zu erkennen ist, dass die Quasienergien sich in Abständen von $\hbar\omega$ wiederholen. Die Eigenwerte $\{\epsilon_\alpha\}$ kann man deshalb auf die Fundamentalzone (erste Brillouin-Zone) $-\hbar\omega/2 \leq \epsilon \leq \hbar\omega/2$ reduzieren. Die Quasienergie-Eigenwertgleichung (2.14) im aus Orts- und Zeitanteil zusammengesetzten Hilbert-Raum $\mathcal{R} \otimes \mathcal{T}$ hat die gleiche Form wie die zeitunabhängige Schrödingergleichung. Die Floquetzustände $\Phi_\alpha(x, t)$ für unterschiedliche Quasienergien ϵ_α sind wie im ungestörten System ebenfalls orthogonal zueinander, wobei das Skalarprodukt des zusammengesetzten Hilbert-Raums $\mathcal{R} \otimes \mathcal{T}$ wie folgt gebildet wird:

Der räumliche Anteil des Skalarprodukts ist definiert durch

$$\langle \varphi_n, \varphi_m \rangle \equiv \int dx \varphi_n^*(x) \varphi_m(x) = \delta_{nm}. \quad (2.15)$$

Der Anteil für die Zeit wird durch einen orthonormalen Satz von Fouriervektoren $\langle t|n \rangle \equiv \exp(in\omega t)$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ beschrieben. Das Skalarprodukt in der Zeit ist

$$(m, n) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \exp[i(n - m)\omega t] = \delta_{n,m}. \quad (2.16)$$

Somit lautet das Skalarprodukt im zusammengesetzten Hilbertraum $\mathcal{R} \otimes \mathcal{T}$:

$$\begin{aligned} \langle \langle \Phi_{\alpha'}(t) | \Phi_{\beta'}(t) \rangle \rangle &\equiv \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{-\infty}^{\infty} dx \Phi_{\alpha'}^*(x, t) \Phi_{\beta'}(x, t) \\ &= \delta_{\alpha'\beta'} = \delta_{\alpha,\beta} \delta_{n,m}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Neben der Analogie zur Theorie des ungestörten Systems gibt auch die Betrachtung der zeitlichen Autokorrelationsfunktion eine Anschauung für die physikalische Bedeutung der Floquetzustände und der Quasienergien.

Autokorrelationsfunktion

Mit Hilfe eines unitären Operators U lässt sich die Entwicklung der Anfangswellenfunktion $|\Psi(t_0)\rangle$ über jeweils eine Antriebsperiode $T = 2\pi/\omega$ stroboskopisch in diskreten Zeitschritten n generieren:

$$|\Psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\Psi(t_0)\rangle \quad (2.18)$$

Die Eigenzustände von U haben die Form

$$|\Psi_k(nT)\rangle = \exp(-in\epsilon_k T)|\Phi_k(0)\rangle \quad (2.19)$$

Die zeitliche Autokorrelationsfunktion P_n [11] ist das Betragsquadrat der Projektion des Zustands nach n Zeitschritten $|\Psi_n\rangle = \sum_k c_k |\Psi_k\rangle$ auf den Anfangszustand $|\Psi_0\rangle = \sum_k c_k |\Phi_k(0)\rangle$, wobei $c_k = \langle \Phi_k(0) | \Psi_0 \rangle$:

$$\begin{aligned} P_n &= |\langle \Psi_n | \Psi_0 \rangle|^2 \\ &= \sum_{\alpha} c_{\alpha}^* \exp(in\epsilon_{\alpha} T) \langle \Phi_{\alpha}(0) | \Psi_0 \rangle \cdot \langle \Psi_0 | \sum_{\beta} c_{\beta} \exp(-in\epsilon_{\beta} T) |\Phi_{\beta}(0)\rangle \\ &= \sum_{\alpha, \beta} c_{\alpha}^* c_{\beta} \exp(in(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\beta}) T) \langle \Phi_{\alpha} | \Psi_0 \rangle \langle \Psi_0 | \Phi_{\beta} \rangle \\ &= \sum_{\alpha, \beta} \exp(in(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\beta}) T) \langle \Phi_{\alpha} | \Psi_0 \rangle \langle \Psi_0 | \Phi_{\alpha} \rangle \langle \Phi_{\beta} | \Psi_0 \rangle \langle \Psi_0 | \Phi_{\beta} \rangle \\ &= \sum_{\alpha, \beta} \exp(in(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\beta}) T) |\langle \Phi_{\alpha} | \Psi_0 \rangle|^2 |\langle \Phi_{\beta} | \Psi_0 \rangle|^2 \\ &= \sum_{\alpha=\beta} |\langle \Phi_{\alpha} | \Psi_0 \rangle|^4 + \sum_{\alpha \neq \beta} \exp(in(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\beta}) T) |\langle \Phi_{\alpha} | \Psi_0 \rangle|^2 |\langle \Phi_{\beta} | \Psi_0 \rangle|^2 \\ &= \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N P_n + \sum_{\alpha \neq \beta} \exp(in(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\beta}) T) |\langle \Phi_{\alpha} | \Psi_0 \rangle|^2 |\langle \Phi_{\beta} | \Psi_0 \rangle|^2. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Der erste Term in (2.20) ist der Mittelwert der Autokorrelationsfunktion über lange Zeiten. Der zweite Term lässt gut die Analogie zum Tunneln im ungestörten Doppelpotentialsystem erkennen. Dort ist die Tunnelfrequenz durch die Differenz $\Delta = E_2 - E_1$ der Eigenenergien gegeben. Hier sind die Tunnelfrequenzen durch die Differenzen der Quasienergien $\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\beta}$ bestimmt. Es können dabei recht komplizierte quantenmechanische Schwebungen aus mehreren Tunnelfrequenzen auftreten, was auch beim Tunneln ohne Antrieb auftreten kann, falls die das System beschreibende Eigenfunktion nicht nur eine Superposition des Grundzustandsdubletts ist. Die Amplitude, mit der die jeweilige Frequenz zur Dynamik beiträgt, hängt vom Überlapp der jeweiligen Floquetzustände Φ_{α} und Φ_{β} mit dem Anfangszustand ab.

Der Floquet-Hamilton-Operator ist invariant unter der verallgemeinerten Paritätstransformation $x \rightarrow -x$, $t \rightarrow t + \frac{T}{2}$. Daher haben alle Floquetzustände eine definierte Parität: Es gibt also auch hier gerade und ungerade Zustände wie bei den Eigenzuständen

des ungestörten Systems. Zustände, die der gleichen Paritäts-Gruppe angehören mischen miteinander. So entstehen, wenn man die Quasienergien in Abhängigkeit von der Treibfrequenz- oder Amplitude aufträgt, Antikreuzungen. Wenn zwei Zustände unterschiedliche Parität haben, so bilden sie exakte Kreuzungen im Parameterraum. Solange die Symmetrie und damit die verallgemeinerte Parität nicht gestört wird, hat keine Quasienergie der einen Gruppe irgendeine "Kenntnis" von der Existenz der Quasienergien der anderen Gruppe [12]. An solch einer Kreuzung verschwindet somit die Differenz der beiden Quasienergien, was nichts anderes bedeutet, als dass das Tunneln unterdrückt wird, falls man eine Wellenfunktion hat, welche nur mit den zu den beiden Quasienergien gehörenden Floquetzuständen beschrieben werden kann. Diesen Effekt nennt man *coherent destruction of tunneling* [8]. Allerdings muss zur Beobachtung dieses Effekts gewährleistet sein, dass die Treibfrequenz groß genug ist, damit die Atome während einer Periode des Wackelns nicht schon hin- und hertunneln.

Solch eine Kreuzung, bei der $\epsilon_{\alpha,n} = \epsilon_{\alpha',n+\Delta n}$ ist, kann man auch als (Δn) -Photon-Übergang interpretieren. Ein anderes interessantes Phänomen tritt auf, wenn die Treibfrequenz genau der Differenz zweier ungestörter Niveaus entspricht. Bei $S \rightarrow 0$ ist die Kreuzung exakt und bei $S \neq 0$ bildet sich eine Antikreuzung.

Kapitel 3

Tunnelsystem

Im folgenden Kapitel wird gezeigt, wie das bisher nur theoretisch besprochene Tunnelsystem realisiert wird. Im Experiment wird ein langsamer Strahl metastabilen Argons verwendet. Es wird näher auf das Termschema eingegangen und die Eigenschaften des verwendeten Atomstrahls werden erläutert. Details der Atomstrahlapparatur und der verwendeten Kühlmechanismen befinden sich im Anhang dieser Arbeit. Desweiteren wird das Design des Doppeltopfsystems vorgestellt und die Präparation der Wellenfunktion erläutert. Der letzte Teil dieses Kapitels wird sich mit der experimentellen Charakterisierung des Potentials und der Erzeugung eines symmetrischen Doppeltopfes, also mit zwei gleich tiefen Mulden, beschäftigen.

3.1 Argon-Atomstrahl und Atomstruktur

Im Experiment wird ^{40}Ar verwendet. Dieses Isotop kommt neben ^{36}Ar und ^{38}Ar mit 99,6% am häufigsten in der Natur vor. Es ist das Edelgas mit dem größten prozentualen Anteil in der Luft. Dieses bosonische Atom besitzt mit 18 Protonen und 22 Neutronen einen gg-Kern. Dadurch hat Argon keine Hyperfeinstruktur, was das Termschema erheblich vereinfacht. Außerdem ist es, wie alle Edelgase, sehr reaktionsträge, sodass Wechselwirkungen mit dem experimentellen Aufbau vernachlässigbar sind.

Es gibt drei Gründe, weshalb metastabiles Argon verwendet wird. Zum einen gibt es außer einem Freien-Elektronen-Laser (FEL) am Linearbeschleuniger TESLA [13] kaum Laser im Wellenlängenbereich von ungefähr 100 nm, die resonant mit geeigneten Übergängen aus dem Grundzustand wären, und zum anderen kann man die Anregungsenergie von 12 eV nutzen, um die Atome einzeln und räumlich aufgelöst zu detektieren. Außerdem besitzt Argon einen offenen Übergang, welcher bei der Präparation des Anfangszustands ausgenutzt wird. Die Anregung in den metastabilen Zustand findet in einer Gasentladung durch inelastische Stöße statt.

Da Argon ein schweres Edelgas ist, stellt das bekannte LS- oder Russell-Saunders-Kopplungsschema keine gute Näherung dar. In diesem Fall wird deshalb das sogenannte Racah- oder jI-Kopplungsschema verwendet ([14] und [15]):

Da ein Argonatom im metastabilen Zustand ein hoch angeregtes Elektron besitzt, kann es als ein Ein-Elektron-Atom beschrieben werden. In den inneren Schalen koppelt der Drehimpuls \mathbf{L} und der Spin \mathbf{S} zum Gesamt-Drehimpuls \mathbf{j} des Atomrumpfes. \mathbf{j} koppelt nun mit dem Drehimpuls \mathbf{l} des Leuchtelektrons zu \mathbf{K} , welches wiederum mit dem Spin

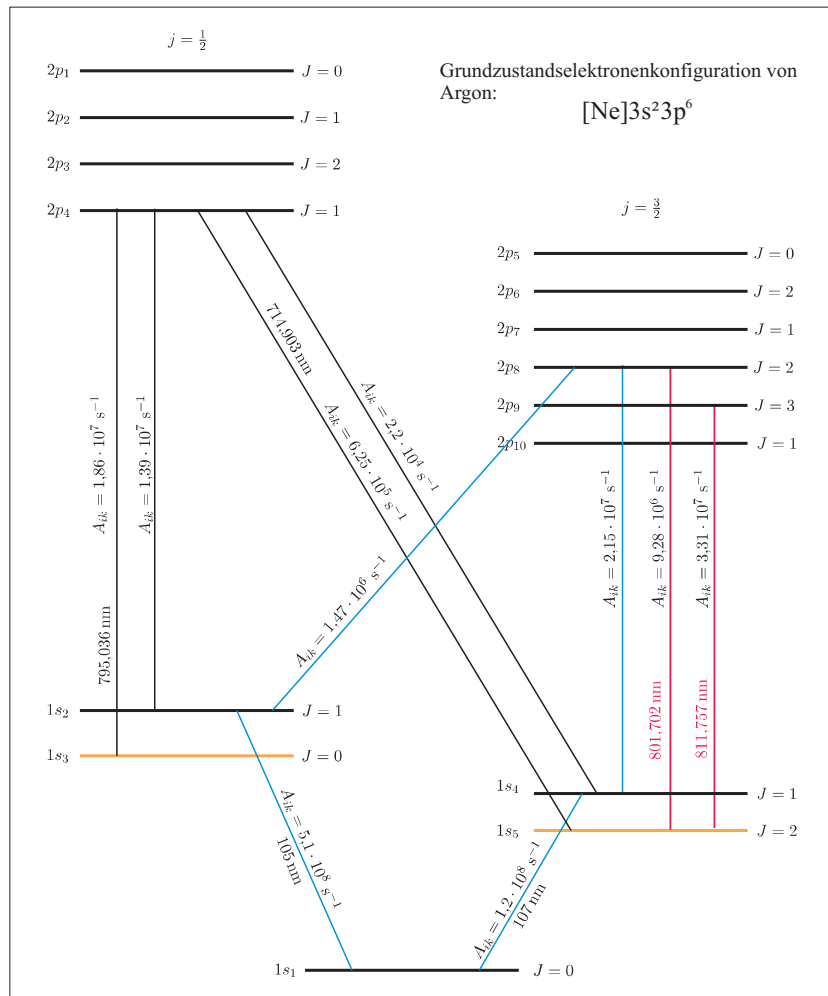


Abbildung 3.1: Energieniveauschema von ^{40}Ar in Paschen-Notation. Die im Experiment verwendeten Übergänge sind der geschlossene Übergang $1s_5 \rightarrow 2p_9$ für die Kühlung der Atome sowie für die Erzeugung des Doppelpotentials und der offene Übergang $1s_5 \rightarrow 2p_8$, der dazu verwendet wird gezielt den metastabilen Zustand zu entvölkern.

s des Leuchtelektrons zum Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} koppelt.

In Abbildung 3.1 ist das hierdurch resultierende Spektrum dargestellt. Da die inneren Schalen zu $j = \frac{1}{2}$ und $j = \frac{3}{2}$ koppeln können, bilden sich im Termschema zwei Äste, wobei schwache Übergänge zwischen ihnen möglich sind.

Für $l = 1$ erhält man mit $K = j + l, j + l - 1, \dots, |j - l|$

$$\begin{aligned} \text{für } j &= \frac{1}{2}: K = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \\ \text{für } j &= \frac{3}{2}: K = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}. \end{aligned}$$

Mit $s = \frac{1}{2}$ ergeben sich dann für $j = \frac{1}{2}$ vier Zustände und für $j = \frac{3}{2}$ sechs Zustände. Für $l = 0$ erhält man analog dazu insgesamt vier Unterniveaus. In der Paschen-Notation wird der Zustand $3p^5 4s$ mit $1s$ bezeichnet und ihre Unterniveaus mit $1s_2$ bis $1s_5$ in

der Reihenfolge abnehmender Energie. Die nächste Gruppe angeregter Zustände mit der Konfiguration $3p^54p$ wird mit $2p$ bezeichnet und ihre Unterniveaus entsprechend mit $2p_1$ bis $2p_{10}$. Die Auswahlregeln gestatten bei einem System mit j1-Kopplung Übergänge mit $\Delta J = 0, \pm 1$ und $\Delta K = 0, \pm 1$. Ausgenommen sind Übergänge mit $J = 0 \rightarrow J = 0$ und $K = 0 \rightarrow K = 0$. Jeder Ast besitzt einen metastabilen Zustand, da Zerfälle in den Grundzustand aufgrund der Auswahlregeln nicht möglich sind. Der Zustand $1s_3$ hat eine Lebensdauer von 45 Sekunden und $1s_5$ von 38 Sekunden [16].

Der Ausgangspunkt für das Experiment ist der Zustand $1s_5$. In diesen Zustand gelangen die Argonatome durch Stöße in einer Gasentladung. Von hier aus gibt es einen geschlossenen Übergang $1s_5 \rightarrow 2p_9$ mit einer Wellenlänge von 811,757 nm. Dieser wird zur Kühlung der Atome verwendet und um mit Hilfe der Dipolkraft ein Potential für die Atome zu bilden.

Nach einem Übergang $1s_5 \rightarrow 2p_8$ mit Licht von 801,702 nm zerfällt der angeregte Zustand nur zu 31% wieder in den metastabilen Zustand $1s_5$. In den restlichen 69% der Fälle zerfällt der Zustand in $1s_2$ oder $1s_4$. Diese wiederum gehen über in den Grundzustand. Damit verlieren sie ihre Anregungsenergie von 12 eV und sind daher nicht mehr mit dem verwendeten Detektor nachzuweisen. Deshalb sprechen wir bei einer stehenden Welle, welche die Wellenlänge dieses offenen Übergangs besitzt, von einer *absorptiven* stehenden Welle.

Die Argonatome des Atomstrahls haben ungefähr eine Geschwindigkeit von 30 m/s. Mit einer Masse von $m = 40 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg ergibt sich mit $\lambda_{dB} = \frac{h}{mv}$ die De Broglie-Wellenlänge zu 332 pm.

Der Atomstrahl wird mittels zweier Spalte kollimiert. Der erste Spalt ist 25 μm breit. An diesem wird der Atomstrahl gebeugt, sodass die Nullte Ordnung auf den zweiten Spalt, mit einer einstellbaren Breite von 0 bis 40 μm , auftrifft. Dieser zweite Spalt wurde meist halb geöffnet, sodass die Beugungsordnungen gut aufgelöst werden konnten. Damit hat der Atomstrahl in der Experimentierkammer eine Breite von ca. 20 μm und durchfliegt somit ungefähr 25 Doppeltöpfe.

3.2 Doppeltopfpotential

3.2.1 Dipolpotential

Wenn man die Schrödingergleichung für ein Atom im Lichtfeld löst, erhält man in der Dipol- und Säkularnäherung für die Bedingung $\Omega \gg \delta \gg \Gamma$ als Eigenzustände die sogenannten *dressed states* [17]:

$$E_1(\mathbf{r}) = \frac{\hbar\Omega^2(\mathbf{r})}{4\delta} = V_1, \quad (3.1)$$

wobei

$$\Omega(\mathbf{r}) = \Gamma \sqrt{\frac{I(\mathbf{r})}{2I_S}} \quad (3.2)$$

die Rabifrequenz ist, welche von der Intensität $I(\mathbf{r})$ des Lichtfeldes, der Zerfallskonstanten Γ und der Sättigungsintensität I_S abhängt. $\delta = \omega_l - \omega_0$ ist die Verstimmung der Laserfrequenz gegenüber der Frequenz des atomaren Übergangs. Die Dipolkraft, die auf das Atom im Lichtpotential wirkt, kann man mit $F_k(\mathbf{r}) = -\nabla E_k(\mathbf{r})$ berechnen. Für ein

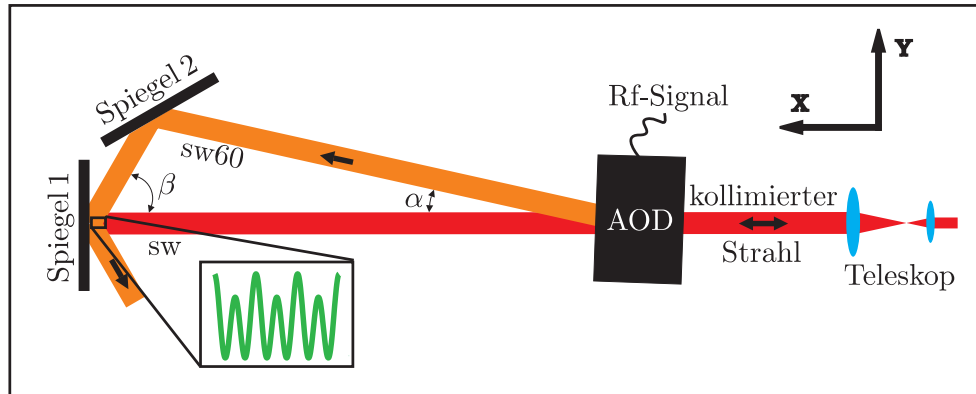


Abbildung 3.2: Ein Laserstrahl wird von einem AOD aufgespalten. Ein Teilstrahl trifft senkrecht auf den Goldspiegel 1 und der andere trifft über Spiegel 2 idealerweise unter einem Winkel $\beta = 60^\circ$ auf den Goldspiegel 1. Durch Addition der beiden stehenden Wellen SW und $SW60$ entsteht in x -Richtung das Doppeltopfpotential. Die Atome fliegen hierbei in z -Richtung durch das Potential.

rotverstimmtes Lichtfeld ($\delta < 0$) richtet sich die Kraft zum ansteigenden Potential hin (*high-field-seeking*). Bei blauverstimmtem Licht ($\delta > 0$) richtet sich die Kraft in Richtung des abnehmenden Potentials (*low-field-seeking*). Durch eine Kombination von zwei nicht resonanten stehenden Wellen lässt sich also ein periodisches Doppeltopfpotential für Atome erzeugen.

3.2.2 Konstruktion des Doppeltopfpotentials

Um mit dieser Dipolkraft ein Doppeltopfpotential zu realisieren, kann man z.B. zwei stehende Wellen mit den Wellenlängen λ und $\lambda/2$ überlagern. Dies erreichen wir durch den in Abbildung 3.2 dargestellten Aufbau. Ein um ungefähr 10 GHz rotverstimmt Laserstrahl wird mittels eines AODs in zwei Teilstrahlen aufgeteilt. Ein Teilstrahl trifft senkrecht auf einen Goldspiegel, der andere Strahl trifft durch Reflexion an einem weiteren Spiegel unter einem Winkel von 60° auf den Goldspiegel auf. Der Strahl, welcher senkrecht auftrifft, bildet eine stehende Welle, die im folgenden SW genannt wird. Der schräg einfallende Strahl bildet ebenfalls in x -Richtung eine stehende Welle, welche als $SW60$ bezeichnet wird. Wegen $\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}$ erhält man für die $SW60$ eine stehende Welle mit einem Wellenvektor von $\mathbf{k}/2$. Die Verwendung des AODs hat zwei große Vorteile:

Indem man einen AOD mit 40 MHz betreibt, wird ein Teilstrahl unter einem Winkel von $\alpha = 8,125 \text{ mrad} = 0,4655^\circ$ gebeugt. Der gebeugte Strahl ist damit um 40 MHz gegenüber der SW verstimmt, was stationäre Interferenzen der beiden Laserstrahlen verhindert. Desweiteren kann man durch Veränderung der Spannung am AOD leicht die Eigenschaften des Potentials verändern. Verändert man die Amplitude des Signals, so verändert man das Intensitätsverhältnis zwischen den beiden stehenden Wellen, was die Höhe der Tunnel-Barriere ändert. Durch Variation der Frequenz am AOD verändert man den Beugungswinkel und die Verstimmung zwischen den beiden Teilstrahlen. Hierdurch kann die Periodizität der stehenden Welle $SW60$ und somit die Symmetrie des Potentials verändert werden. Für einen anderen Winkel als 60° bilden sich als Ergeb-

nis einer Schwebung abhängig vom Abstand zum Spiegel unterschiedlich schiefe Doppeltöpfe. Durch Modulation der angelegten Frequenz kann man somit periodisch die Symmetrie des Potentials ändern - man *wackelt* also an den Doppeltöpfen. Bei der Realisierung des Doppeltopfpotentials ist es wichtig, dass das Laserlicht s-polarisiert ist. Bei p-polarisiertem Licht dringt das elektrische Feld abhängig vom Einfallswinkel viel stärker als bei s-polarisiertem Licht in den Spiegel ein. Da Gold kein idealer Leiter ist, würde man im Falle von p-polarisiertem Licht eine Phasenverschiebung der *SW* zur *SW60* erhalten, was bei einem Winkel von 60° die Symmetrisierung des Doppeltopfes unmöglich machen würde [18].

Um das Potential zu berechnen, werden zunächst die beiden einlaufenden und die beiden reflektierten Wellen addiert:

$$\begin{aligned} E(x, t) &= E_{SW} \sin(kx - \omega_{SW}t) + E_{SW} \sin(-kx - \omega_{SW}t + \pi) \\ &+ E_{SW60} \sin\left(\frac{k}{2}x - \omega_{SW60}t\right) + E_{SW60} \sin\left(\frac{k}{2}x - \omega_{SW60}t + \pi\right). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Die addierte Phase π bei den rücklaufenden Wellen entspricht einer Phasenverschiebung an einem idealen metallischen Spiegel. Bei s-polarisiertem Licht ist dies auch für einen Goldspiegel eine gute Näherung. Die Kreisfrequenz der *SW60* beträgt $\omega_{SW60} = \omega_{SW} + \omega_{AOD}$, wobei $\omega_{AOD} \approx 2\pi \cdot 40$ MHz die Frequenz der Schallwelle im AOD ist. Mit Hilfe des Additionstheorems $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ erhält man:

$$E(x, t) = 2E_{SW} \sin(kx) \cos(\omega_{SW}t) + 2E_{SW60} \sin\left(\frac{k}{2}x\right) \cos(\omega_{SW60}t). \quad (3.4)$$

Um die Intensität des Lichts zu berechnen benötigt man das Absolutquadrat:

$$\begin{aligned} |E(x, t)|^2 &= 4E_{SW}^2 \sin^2(kx) \cos^2(\omega_{SW}t) + 4E_{SW60}^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) \cos^2(\omega_{SW60}t) \\ &+ 8E_{SW}E_{SW60} \sin(kx) \cos(\omega_{SW}t) \sin\left(\frac{k}{2}x\right) \cos(\omega_{SW60}t). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Mit $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$ folgt:

$$\begin{aligned} |E(x, t)|^2 &= 4E_{SW}^2 \sin^2(kx) \cos^2(\omega_{SW}t) + 4E_{SW60}^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) \cos^2(\omega_{SW60}t) \\ &+ 4E_{SW}E_{SW60} \sin(kx) \sin\left(\frac{k}{2}x\right) (\cos(\omega_{SW}t + \omega_{SW60}t) \\ &+ \cos(\omega_{SW}t - \omega_{SW60}t)). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Die zeitliche Abhängigkeit der beiden ersten Terme fällt bei der Ermittlung der Intensität weg, da hierbei über die Zeit gemittelt wird und die Periode der Oszillationen im Bereich von Femtosekunden liegt, was im Vergleich zu den experimentellen Zeitskalen sehr klein ist. Ein Atom benötigt ungefähr 1 ms um durch das Potential zu propagieren und die Treibfrequenzen liegen im Bereich von mehreren kHz. Der Interferenzterm oszilliert durch die Wahl unterschiedlicher Frequenzen mit einer Frequenz von 40 MHz. Die Doppeltöpfe *wackeln* dann zwar mit einer Amplitude, die ungefähr zehnmal größer ist als die Amplitude, mit der wir am System treiben, aber da die Frequenz um mehr als

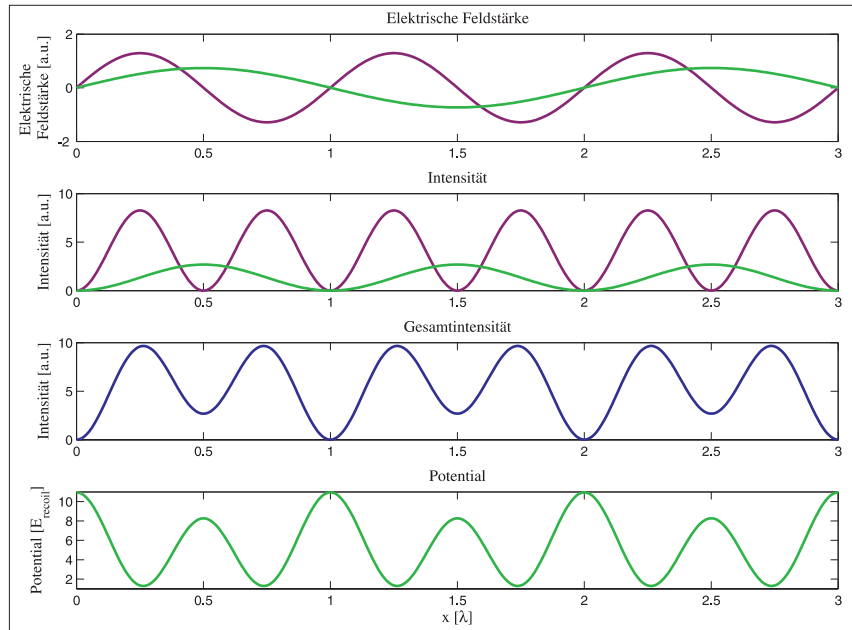


Abbildung 3.3: Im oberen Bild sind die elektrischen Felder der beiden stehenden Wellen SW (rot/dunkel) und $SW60$ (grün/hell) mit den Wellenlängen λ und 2λ dargestellt. Darunter sind die Intensitäten der beiden stehenden Wellen aufgetragen. Im dritten Bild ist die Intensität des gesamten Lichtpotentials zu sehen, wobei ein auf dem Kopf stehender Doppelpotf die Breite von $\lambda = 811$ nm hat. Da rotverstimmt Licht verwendet wird, sind die Atome *high-field-seeker*, was bewirkt, dass die Doppeltöpfe des Dipolpotentials (unten in grün) richtig herum stehen.

drei Größenordnungen größer ist als die Frequenzen, welche den Abständen der Energieniveaus des Doppelpotfes entsprechen, kann man den Term vernachlässigen. So ergibt sich für die zeitlich gemittelte Intensität:

$$I = c\epsilon_0 \left(4E_{SW}^2 \sin^2(kx) + 4E_{SW60}^2 \sin^2\left(\frac{k}{2}x\right) \right). \quad (3.7)$$

Wie in Abbildung 3.3 zu sehen ist, entspricht dies bei rotverstimmt Licht (*high-field-seeking*) einem Doppelpotfpotential. Deshalb kann man auch für das Potential anstelle eines (\sin^2) einen (\cos^2) verwenden. Unser resultierendes Potential lautet somit:

$$V(x) = V_{SW} \cos^2(kx) + V_{SW60} \cos^2\left(\frac{k}{2}x + \varphi\right), \quad (3.8)$$

wobei man

$$V_{SW,SW60} = \frac{\hbar\Omega_{SW,SW60}^2}{4\delta} \quad (3.9)$$

schreiben kann und φ die Phasenverschiebung ist, die sich bei einer Abweichung vom idealen Winkel von $\beta = 60^\circ$ ergibt und die im Folgenden hergeleitet wird. Nach einer Strecke $x_{SW} = N\lambda$ vollzieht die SW N Perioden. Mit einer ungefähr doppelt so großen

Periode erreicht die $SW60$ nach der halben Anzahl von Perioden den Punkt $x_{SW60} = N\lambda/(2 \cos \beta)$. Der Unterschied beträgt $\Delta x = N\lambda(1 - 1/(2 \cos \beta))$. Dies entspricht einer Phasenverschiebung der $SW60$ von

$$\varphi = k\Delta x = \frac{2\pi \cos \beta}{\lambda} \Delta x = N2\pi \left(\cos \beta - \frac{1}{2} \right), \quad (3.10)$$

was an der Stelle $x = N\lambda$

$$\varphi(x) = xk \left(\cos \beta - \frac{1}{2} \right) \quad (3.11)$$

entspricht. Im Fall $\beta \neq 60^\circ$ ist der Doppeltopf asymmetrisch. Wenn die am AOD anliegende Frequenz 1 MHz höher ist als im symmetrischen Fall erhöht dies β um $203 \mu\text{rad}$. Experimentell geben wir die Potentiale V_{SW} und V_{SW60} in Einheiten der Rückstoßenergie $E_{recoil} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = 5,069^{-30} \text{ J} = \hbar \cdot 2\pi \cdot 7,6 \text{ kHz}$ an. Dies ist die kinetische Energie, die ein Atom aufnimmt, wenn es ein Photon der Wellenlänge 811 nm absorbiert.

3.3 Entwicklung der Wellenfunktion

In diesem Abschnitt wird die Veränderung der Wellenfunktion vom adiabatischen Einlaufen der ebenen Welle bis zur Messung beschrieben.

3.3.1 Von der ebenen Welle zum Grundzustand

Nach der Kühlung und Kollimation der Argonatome kann die Wellenfunktion eines Atoms zunächst als ebene Welle beschrieben werden. Der Fluss durch das Doppeltopfpotential beträgt ungefähr 1500 Atome pro Sekunde. Bei einer Geschwindigkeit von 30 m/s haben die einzelnen Atome untereinander also mindestens einen Abstand von einigen Zentimetern. Es gibt somit keine Wechselwirkung zwischen den Atomen und man kann annehmen, dass sich immer nur ein Atom im Potential befindet. Um das Tunnelsystem wie in Kapitel 2.1 realisieren zu können, muss man zunächst das Atom in den Grundzustand des Doppeltopfes überführen [19]. Dies wird erreicht, indem man die Intensität des Potentials längs der z-Achse langsam ansteigen lässt. Bei solch einem adiabatischen Übergang von der ebenen Welle in den Grundzustand des Doppeltopfpotentials muss die durch den Anstieg des Potentials verursachte Änderung der Eigenzustände wesentlich langsamer sein als die Fallenfrequenz. Falls der Übergang diabatisch vonstatten geht werden höhere Zustände angeregt, und die Atome beginnen im Potential zu oszillieren. Die Intensität der SW und der $SW60$ darf also entlang der z-Achse nur langsam ansteigen. Durch dicke Zylinderlinsen werden die beiden Teilstrahlen zunächst sehr stark aufgeweitet. Im Strahlengang ist ein selbst hergestellter Filter eingefügt. Durch eine kontinuierlich abnehmende Rußschicht auf einer Glasplatte erhält man so einen langsamen Anstieg der Lichtintensität entlang der z-Achse [18]. Hierbei ist noch zu beachten, dass der obere Teil des Filters, welcher die $SW60$ blockt, später transparent wird als der untere Teil, welcher die Intensität der SW langsam ansteigen lässt. Die Wellenfunktion geht also zunächst nur in den Grundzustand der stehenden Welle mit der Periodizität $\lambda/2$ über. Das Dazuschalten der $SW60$, durch das die Energieniveaus aufgespalten werden, ist nicht so kritisch im Vergleich zur Situation des Doppeltopf von Anfang, da die Fallenfrequenz der SW alleine größer ist als diejenige eines Doppeltopfes. Nach Passieren dieser kontinuierlich intensiver werdenden Lichtfelder befinden sich die Atome im Grundzustand der Doppeltopfe.

3.3.2 Präparation der Anfangswellenfunktion

Um das Tunneln beobachten zu können muss man die Anfangswellenfunktion wie in Kapitel 2.1 beschrieben so präparieren, dass die Wellenfunktion aus einer Superposition der Zustände $|+\rangle$ und $|-\rangle$ besteht. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Atoms muss in einer der Mulden eines Doppelpotfes deutlich kleiner sein als in der anderen. Dies wird realisiert, indem aus jeweils einer Mulde die Atome mit Hilfe des offenen Übergangs (801 nm) in den nicht zu detektierenden Grundzustand überführt werden. Hierzu wird eine dritte, schmale stehende Welle mit der Wellenlänge 801 nm eingestrahlt (Abbildung 3.4). Da sie die Anzahl der zu detektierenden Atome in einer Mulde reduziert wird sie als *absorptive* stehende Welle bezeichnet, obwohl die Atome weiterhin durch das Potential propagieren, aber eben nicht mehr beobachtet werden können.

Das Licht der *absorptiven* stehenden Welle erhält man aus einem Diodenlaser. Es wird wie das Licht der SW60 über Spiegel 2 zum Bereich der Atome geführt. Damit die Population des metastabilen Zustandes in allen Doppeltöpfen in jeder zweiten Mulde entvölkert wird, sollte die *absorptive* stehende Welle die gleiche Periode wie die Doppeltöpfe und somit wie die SW60 haben. Allerdings haben die stehenden Wellen am Spiegel 1 alle einen Knoten. Wäre die Periodizität der *absorptiven* stehenden Welle nun genau die gleiche wie die der SW60, so würden sich die Intensitätsmaxima der *absorptiven* stehenden Welle gerade immer an den Barrieren zwischen den Mulden befinden. Wenn die Periodizität der *absorptiven* stehenden Welle sich aber leicht von der Periodizität der SW60 unterscheidet, befinden sich die Bäuche der *absorptiven* stehenden Welle in Abhängigkeit vom Abstand zum Spiegel abwechselnd im Bereich der Barriere, der linken Mulde, an der Barriere und an der rechten Mulde. Da vom Atomstrahl aber nur wenige Mulden durchflogen werden, bei denen sich die Position der *absorptiven* Intensitätsmaxima nur wenig ändert, macht dies nicht viel aus. Durch das Einstrahlen des Lichts für die *absorptive* stehende Welle unter einem Winkel, der leicht von den 60° der SW60 abweicht, erreicht man, dass die Atome nur in jeweils einer der beiden Mulden präpariert werden.

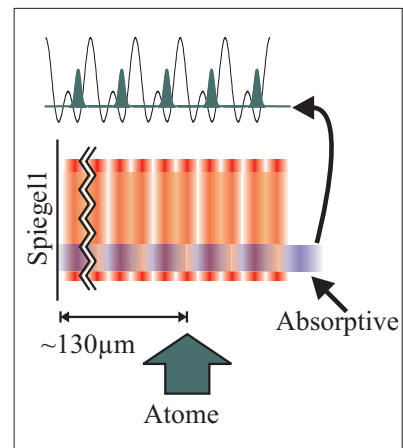


Abbildung 3.4: Um die Population des metastabilen Zustandes in jeder linken Mulde zu entvölkern wird zusätzlich zu den stehenden Wellen, welche das Doppelpotential bilden noch eine stehende Welle mit einem offenen Übergang eingestrahlt.

3.3.3 Zeitliche Entwicklung und Messprozess

Um die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion beobachten zu können, wird die Wechselwirkungsstrecke der Atome mit dem Doppelpotential variiert. Je größer die Länge des Potentials in z -Richtung ist, desto länger ist die Wechselwirkungszeit. Der hintere Teil des Potentials wird dabei mit Hilfe einer Rasierklinge, die auf einem Schrittmotor (Translation stage VT-80, Fa. Micos mit einer Genauigkeit von $\pm 1 \mu\text{m}$) befestigt ist,

geblockt. Nach jedem aufgenommenen Bild wird der Motor ein Stück bewegt und erneut ein Bild aufgenommen. Die zu beobachtende maximale Wechselwirkungszeit wird von drei Faktoren begrenzt: Zum einen ist die Ausdehnung des Doppelpotentials in z-Richtung durch die Größe der verwendeten optischen Komponenten wie Spiegel und Linsen limitiert. Auch die beiden Spiegel in der Kammer haben eine beschränkte Breite. Außerdem sind die Atome nicht alle gleich schnell. Der Atomstrahl hat eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung. Dadurch entspricht eine feste Wechselwirkungsstrecke für unterschiedlich schnelle Atome unterschiedlichen Wechselwirkungszeiten. Da bei den Messungen über die Dynamik vieler Atome gemittelt wird, überlagern sie sich bei langen Wechselwirkungszeiten so, dass keine Dynamik mehr zu erkennen ist.

Bei der Ausbreitung von Materiewellen in einem periodischen Lichtpotential tritt das gleiche Phänomen auf wie bei Röntgenstrahlung, die auf einen Kristall trifft. Die Materiewelle wird gebeugt. Die Periode des Doppelpotentials ist $\lambda = 811 \text{ nm}$. Das Teilchen im Lichtpotential kann in Richtung der Periodizität nur Impulse, die einem Vielfachen von $\hbar k$ entsprechen, aufnehmen. In einer Entfernung größer als der Talbot-Länge $L_{\text{Talbot}} = 2\lambda^2/\lambda_{dB}$ [20] vom Doppelpotential wird die Dynamik im Impulsraum beobachtet.

Ungefähr 1 m hinter der Experimentierkammer mit dem Doppelpotential ist ein Detektor zur Beobachtung der Dynamik angebracht. Er besteht im wesentlichen aus zwei hintereinander angeordneten *Multichannelplates* (MCPs). Eine MCP besteht aus Millionen leitfähiger Glaskapillare (Durchmesser 6-25 μm), die verschmolzen und zu dünnen Plättchen geschnitten wurden. Wenn hierauf ein metastabiles Argonatom trifft, gibt es seine Energie von 12 eV ab, was in den feinen Glaskapillaren zur Bildung einer Kaskade ausgelöster Elektronen führt. Die entstandene Elektronenwolke trifft auf eine Widerstandsanode, an deren vier Ecken die Ladung abfließt. Nach einer Verstärkung wird das Signal digitalisiert, die Position des einzelnen aufgetroffenen Atoms ermittelt und von einem PC eingelesen. Die Auflösung des Detektors ist auf 250 μm spezifiziert. Dadurch, dass der Detektor in einem Winkel von 10° zum Atomstrahl angebracht ist, lässt sich die Auflösung um einen Faktor $1/\sin(10^\circ) = 5,8$ verbessern.

Beim Auswerten werden die Daten gedreht, da der Detektor verdreht eingebaut ist und eine Scherung der Daten wird korrigiert, die durch eine Verkippung desselben von ungefähr 20° zustande kommt. Außerdem werden die Daten durch ein Referenzbild geteilt, da die Empfindlichkeit für die auftreffenden Atome örtlich verschieden ist.

Die Atome im Strahl sind nicht alle gleich schnell, sondern haben eine gewisse Geschwindigkeitsverteilung. Da die langsamen Atome länger brauchen bis sie auf den Detektor treffen, sind sie aufgrund der Gravitation schon ein Stück weiter nach unten gefallen. Im unteren Teil des Atomstrahls ermittelt man aus den Abständen der Beugungsordnungen typischerweise eine Geschwindigkeit von 28 m/s und im oberen Abschnitt, 7 mm darüber, 31 m/s. Daher wird die MCP zum Auswerten der Daten der Höhe nach in vier Abschnitte unterteilt.

Kapitel 4

Simulationsmethoden

In diesem Kapitel werden die verschiedenen theoretischen Beschreibungen vorgestellt, die die speziellen Gegebenheiten unseres Experiments in unterschiedlicher Weise berücksichtigen. Am Ende des Kapitels werden die verschiedenen Methoden gegenübergestellt und die Unterschiede erläutert.

4.1 Bloch-Theorie und Vielstrahlmethode

Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, benötigt man, um die Tunneldynamik theoretisch zu beschreiben, die Energieeigenwerte und die Eigenfunktionen des Doppeltopfpotentials. Hierzu bedienen wir uns der Bloch-Theorie [21].

Ein Doppeltopfpotential kann man, wie in Kapitel 3.2 beschrieben, experimentell durch die Überlagerung zweier stehender Wellen realisieren. Durch Addition der beiden Intensitäten V_{SW} und V_{SW60} erhält man ein Doppeltopfpotential

$$V(x) = V_{SW} \cos^2(kx) + V_{SW60} \cos^2\left(\frac{k}{2}x + \varphi\right), \quad (4.1)$$

wobei φ die Phasenverschiebung ist, die sich bei einer Abweichung vom idealen Winkel von $\beta = 60^\circ$ ergibt (Kapitel 3.2.2). Die Eigenenergien und Eigenfunktionen des Doppeltopfsystems erhält man durch Lösen der Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right) \Psi(x, t). \quad (4.2)$$

Da das Potential in erster Näherung periodisch ist, kann man als Lösungsansatz eine Fourierreihe annehmen:

$$\Psi(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t) e^{inkx}, \quad (4.3)$$

was einer Zerlegung der Wellenfunktion des sich durch das Potential bewegenden Atoms in ebene Wellen entspricht, welche ein n -faches des Gitterimpulses $2\hbar k$ senkrecht zum Atomstrahl erhalten haben. $a_n(t)$ gibt dabei die Wahrscheinlichkeit an, dass ein Atom den Impuls $n2\hbar k$ aufgenommen hat.

Wenn man (4.3) in die Schrödingergleichung einsetzt, ergibt sich mit $\cos^2 x = \frac{1}{4}(e^{2ix} +$

$e^{-2ix} + 2)$:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i\hbar\dot{a}_n(t)e^{inkx} &= -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t)e^{inkx}\right) \\ &+ \left[\frac{V_{SW60}}{4}(e^{2i(\frac{k}{2}x+\varphi)} + e^{-2i(\frac{k}{2}x+\varphi)} + 2)\right. \\ &\left.+ \frac{V_{SW}}{4}(e^{2ikx} + e^{-2ikx} + 2)\right] \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n(t)e^{inkx}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Nach Differenziation und einer Indexverschiebung vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i\hbar\dot{a}_n e^{inkx} &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\hbar^2}{2m} a_n n^2 k^2 \right. \\ &+ \frac{V_{SW60}}{4} (a_{n-1} e^{2i\varphi} + a_{n+1} e^{-2i\varphi} + 2a_n) \\ &\left. + \frac{V_{SW}}{4} (a_{n-2} + a_{n+2} + 2a_n) e^{inkx} \right]. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Diese Gleichung muss für jedes n erfüllt sein:

$$\begin{aligned} i\hbar\dot{a}_n &= \frac{\hbar^2}{2m} a_n n^2 k^2 + \frac{1}{2} V_{SW60} a_n + \frac{1}{2} V_{SW} a_n \\ &+ \frac{V_{SW60}}{4} (a_{n-1} e^{2i\varphi} + a_{n+1} e^{-2i\varphi}) \\ &+ \frac{V_{SW}}{4} (a_{n-2} + a_{n+2}). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Aus Matrix (4.7) kann man dann mit Hilfe eines Matlab-Programms die Eigenwerte und Eigenvektoren berechnen. Hierbei kann n natürlich nicht von $-\infty$ bis $+\infty$ gehen, sondern muss auf endliche Werte $-N$ bis $+N$ eingeschränkt werden, wobei es für nicht zu tiefe Potentiale, so wie wir sie verwenden, eine gute Näherung ist, wenn man $N = 10$ setzt. Hierbei ist $E_{recoil} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ und $V = \frac{V_{SW60}}{2} + \frac{V_{SW}}{2}$.

Die Matrix in Gleichung 4.7 stellt den Hamiltonoperator des ungetriebenen Doppelpotfes dar. Deshalb sind ihre Eigenwerte E_k die Eigenenergien des Systems. Durch die Rücktransformation entsprechend (4.3) kann man die Eigenzustände in den Ortsraum zurückführen und erhält die orthogonalen Eigenfunktionen φ_k .

Der gleiche Ansatz kann auch verwendet werden, um die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion im Doppelpotential mit Hilfe der Vielstrahlmethode zu untersuchen [22]. Das Potential, welches man dabei einsetzt, hat die Form, welche man mit Hilfe einer CCD-Kameraaufnahme der Laserstrahlen bestimmt. Hierzu setzt man in Gleichung (4.7) Potentiale ein, die abhängig sind von der Durchflugstrecke der Atome, d.h. sowohl der langsame Anstieg der Intensitäten der beiden stehenden Wellen als auch die *absorptive* stehende Welle werden berücksichtigt. Die *absorptive* stehende Welle wird durch einen imaginären Term bei den Diagonaleinträgen und den beiden ersten Off-Diagonaleinträgen berücksichtigt (Matrix 4.8).

$$\begin{aligned}
i\hbar \begin{pmatrix} \dot{a}_{-N} \\ \vdots \\ \dot{a}_{-1} \\ \dot{a}_0 \\ \dot{a}_1 \\ \vdots \\ \dot{a}_N \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} (-N)^2 E_{recoil} + V & \frac{V_{SW60}}{4} e^{-2i\varphi} & \frac{V_{SW}}{4} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \frac{V_{SW60}}{4} e^{2i\varphi} & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{V_{SW}}{4} & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \ddots & \ddots & V & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \frac{V_{SW}}{4} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \frac{V_{SW60}}{4} e^{-2i\varphi} \\ \dot{a}_N & \dots & \dots & 0 & \frac{V_{SW}}{4} & \frac{V_{SW60}}{4} e^{2i\varphi} & N^2 E_{recoil} + V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{-N} \\ \vdots \\ a_{-1} \\ a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} \quad (4.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M &= \begin{pmatrix} (-N)^2 E_{recoil} + V + \frac{iV_{ABS}}{2} & \frac{V_{SW60}}{4} e^{-2i\varphi} + \Gamma^- & \frac{V_{SW}}{4} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \frac{V_{SW60}}{4} e^{2i\varphi} + \Gamma^+ & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{V_{SW}}{4} & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \ddots & V + \frac{iV_{ABS}}{2} & \ddots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \frac{V_{SW}}{4} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \frac{V_{SW60}}{4} e^{-2i\varphi} + \Gamma^- \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \frac{V_{SW}}{4} & \frac{V_{SW60}}{4} e^{2i\varphi} + \Gamma^+ & N^2 E_{recoil} + V + \frac{iV_{ABS}}{2} \end{pmatrix} \quad (4.8)
\end{aligned}$$

Hierbei ist $\Gamma^\pm = \frac{iV_{ABS}}{4} e^{\pm 2i(\frac{\pi}{4} + \varphi_{ABS})}$. Die Differentialgleichung $\dot{a}_n = -\frac{i}{\hbar} M a_n$ kann mit einem Runge-Kutta-Lösungsalgorithmus, wie er in Matlab als *ode45* integriert ist, gelöst werden. Man bekommt hierdurch nicht nur Informationen über die Tunnelfrequenz, sondern ist auch in der Lage, die Veränderungen der Beugungseffizienzen in den verschiedenen Beugungsordnungen entlang der Wechselwirkungsstrecke zu betrachten.

4.2 Zwei-Zustands-Näherung

Nach der experimentellen Beobachtung des Tunnelns haben wir begonnen das System periodisch zu treiben. Je nach Frequenz und Amplitude des Treibens verändert sich die Tunneldynamik. Solche zeitabhängigen Probleme sind meist, wie auch hier bei periodisch getriebenen Doppeltöpfen, nicht exakt lösbar. Es gibt allerdings einige Methoden, die es erlauben Vorhersagen über die Tunneldynamik zu machen. Eine dieser Methoden ist die Zwei-Zustands-Näherung.

Der hier verwendete Hamiltonoperator ist:

$$H(t) = H_0 + Sx(\sin \omega t + \phi). \quad (4.9)$$

Dabei ist

$$H_0 = \frac{p^2}{2m} + V_{SW} \cos^2(kx) + V_{SW60} \cos^2\left(\frac{k}{2}x + \varphi\right). \quad (4.10)$$

H_0 besitzt, wie in Kapitel 2.1 dargestellt, einen vollständigen Satz orthogonaler Eigenfunktionen $\{\varphi_k(x)\}$ mit Eigenwerten E_k .

In der Zwei-Zustands-Näherung geht man davon aus, dass nur das unterste Eigenzustands-Dublett zur Dynamik beiträgt. Wenn $\Delta_{12} = E_2 - E_1$ der Abstand zwischen den beiden untersten Energieniveaus ist, also die Tunnelaufspaltung des ungetriebenen Systems, dann sehen der Hamilton-Operator und die Wellenfunktion in dieser Näherung nach [10] folgendermaßen aus:

$$H = \begin{pmatrix} \hbar S x_{12} \sin(\omega t + \phi) & -\frac{1}{2} \Delta_{12} \\ -\frac{1}{2} \Delta_{12} & -\hbar S x_{12} \sin(\omega t + \phi) \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

$$\Psi(t) = \begin{pmatrix} c_1 \exp\left(\frac{-i S x_{12} \sin(\omega t)}{\hbar \omega}\right) \\ c_2 \exp\left(\frac{+i S x_{12} \sin(\omega t)}{\hbar \omega}\right) \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Hierbei ist $x_{12} = \langle \varphi_1 | x | \varphi_2 \rangle$ ein Matrixelement und $\Delta_{12} = E_2 - E_1$ die Tunnelaufspaltung. Durch Einsetzen in die Schrödingergleichung und mit $\phi = 2\pi$ erhält man

$$i\hbar \dot{c}_{1,2} = -\frac{1}{2} \Delta_{12} \exp\left[\pm i \left(\frac{2 S x_{12}}{\omega \hbar}\right) \sin(\omega t)\right] c_{2,1}(t). \quad (4.13)$$

Mit der Nullten Besselfunktion ersten Grades $J_0(x) = \left(\frac{\omega}{2\pi}\right) \int_0^T ds \exp[ix \sin(\omega s)]$ und Integration über eine Treiberperiode T erhält man für $\omega \gg \Delta_{12}$ eine effektive Tunnelaufspaltung von

$$\Delta_{\text{eff}} = J_0\left(\frac{2 S x_{12}}{\omega \hbar}\right) \Delta_{12}. \quad (4.14)$$

In Abbildung 4.1 ist die effektive Tunnelaufspaltung in Abhängigkeit von der Treiberfrequenz für typische experimentelle Parameter dargestellt.

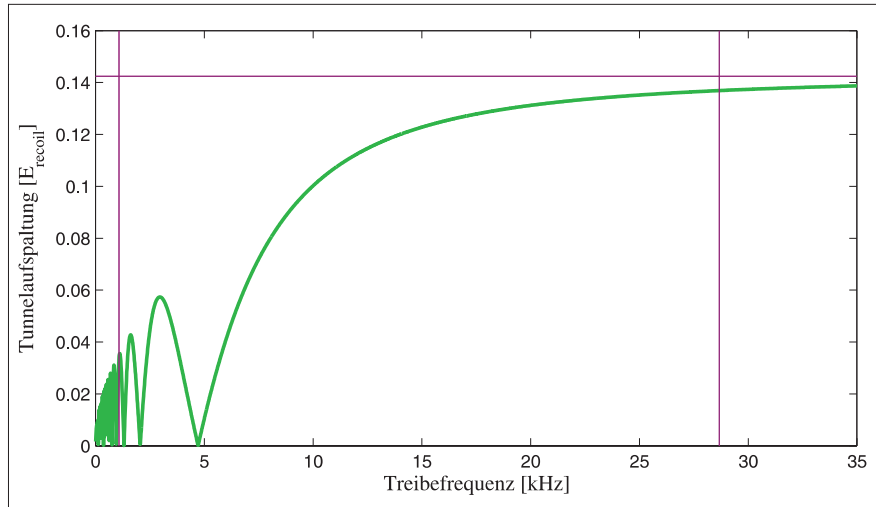


Abbildung 4.1: Theoretische Berechnung der Tunnelaufspaltung nach Gleichung 4.14, also unter der Annahme, dass nur das Grundzustandsdublett zur Tunneldynamik beiträgt, wobei $V_{SW} = 8,27 E_{recoil}$ und $V_{SW60} = 2,68 E_{recoil}$ gewählt wurden. Die horizontale, dünne Linie markiert die Tunnelaufspaltung im ungetriebenen Fall, die vertikalen Linien markieren die Treibfrequenzen, die gerade den Tunnelaufspaltungen zwischen dem Grundzustandsdublett sowie zwischen dem 2. und 3. Zustand entsprechen.

4.3 Floquet-Matrix-Methode

Ein Verfahren, bei dem mehr als zwei Zustände in die Berechnung eingehen und somit beliebige Treibfrequenzen behandelt werden können, ist die Floquet-Matrix-Methode [10].

Der Hamiltonoperator ist der gleiche wie bei der Zwei-Zustands-Näherung. Aufgrund der zeitlichen Periodizität lassen sich die Floquet-Moden nach Fourierkomponenten entwickeln:

$$\Phi_{\alpha}(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{\alpha}^n(x) \exp(in\omega t), \text{ wobei } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.15)$$

Die Funktionen $c_{\alpha}^n(x)$ lassen sich wiederum nach den ungestörten Eigenfunktionen $\{\varphi_k(x), k = 1, \dots, \infty\}$, die man unter Zuhilfenahme der Vielstrahlmethode berechnen kann (Kapitel 4.1), entwickeln:

$$c_{\alpha}^n(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_{\alpha,k}^n \varphi_k(x) \text{ mit } c_{\alpha,k}^n = \langle \varphi_k | c_{\alpha}^n \rangle. \quad (4.16)$$

Durch Einsetzen in Gleichung 4.15 erhält man

$$\Phi_{\alpha}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{\alpha,k}^n \varphi_k(x) \exp(in\omega t). \quad (4.17)$$

Unter Benutzung der Bra-Ket-Schreibweise ergibt sich durch Einsetzen in die Eigenwertgleichung 2.14

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \mathcal{H}c_{\alpha,k}^n |\varphi_k\rangle \exp(in\omega t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \epsilon_{\alpha} c_{\alpha,k}^n |\varphi_k\rangle \exp(in\omega t). \quad (4.18)$$

Durch Multiplikation von links mit $\langle\varphi_k| \exp(-im\omega t) \equiv \langle\varphi_k| \langle m| \equiv \langle\varphi_k m|$ und zeitliche Mittelung über eine Periode folgt

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \langle\langle\varphi_j m|\mathcal{H}|\varphi_k n\rangle\rangle c_{\alpha,k}^n = \epsilon_{\alpha} c_{\alpha,j}^m. \quad (4.19)$$

Somit erhält man als zu lösende Eigenwertgleichung in Matrixschreibweise

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \langle\langle\varphi_j m|\mathcal{H}_F|\varphi_k n\rangle\rangle c_{\alpha,k}^n = \epsilon_{\alpha} c_{\alpha,j}^m, \quad (4.20)$$

wobei die Floquet-Matrix definiert ist als

$$\langle\langle\varphi_j m|\mathcal{H}_F|\varphi_k n\rangle\rangle \equiv \langle\varphi_j|H^{m-n}|\varphi_k\rangle + n\hbar\omega\delta_{n,m}\delta_{j,k}, \quad (4.21)$$

mit

$$\begin{aligned} H^{m-n} &= \frac{1}{T} \int_0^T dt H(t) e^{-i(m-n)\omega t} \\ &= H_0 \delta_{m,n} - \frac{1}{T} \int_0^T dt \frac{Sx i}{2} (e^{i\omega t - i(m-n)\omega t} - e^{-i\omega t - i(m-n)\omega t}) \\ &= H_0 \delta_{m,n} - \frac{iSx}{2} (\delta_{m,n+1} e^{i\phi} - \delta_{m,n-1} e^{-i\phi}). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Hierbei verwendet man beim Einsetzen des Hamiltonoperators $\sin z = \frac{1}{2i}(e^{iz} - e^{-iz})$. Mit Hilfe von (4.21) und (4.22) kann man die Einträge der Floquet-Matrix bestimmen. In der numerischen Berechnung können j und k sowie m und n allerdings nicht bis ∞ gehen. Deshalb haben wir sie auf $j, k = 1, \dots, 4$ und $n, m = -N, \dots, +N$ mit $N = 10$ festgesetzt. Die Floquetmatrix in der Basis $\{(\varphi_1, -N)(\varphi_1, -N+1)\dots(\varphi_1, +N)(\varphi_2, -N)\dots(\varphi_4, +N)\}$ ist dann aus 16 Matrizen M_{jk} mit Einträgen B_{nm} aufgebaut.

$$A = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M'_{12} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M'_{13} & M'_{23} & M_{33} & M_{34} \\ M'_{14} & M'_{24} & M'_{34} & M_{44} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

Die Teilmatrizen unterhalb der Diagonalen sind gerade die transponierten und komplex konjugierten des oberen Dreiecks, da die Floquet-Matrix unitär ist. Wenn $j = k$ ist, also z.B. bei M_{11} , sieht die Teilmatrix wie folgt aus:

$$M_{11} = \begin{pmatrix} E_1 + (-N)\hbar\omega & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & E_1 + (-N+1)\hbar\omega & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & E_1 + N\hbar\omega \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

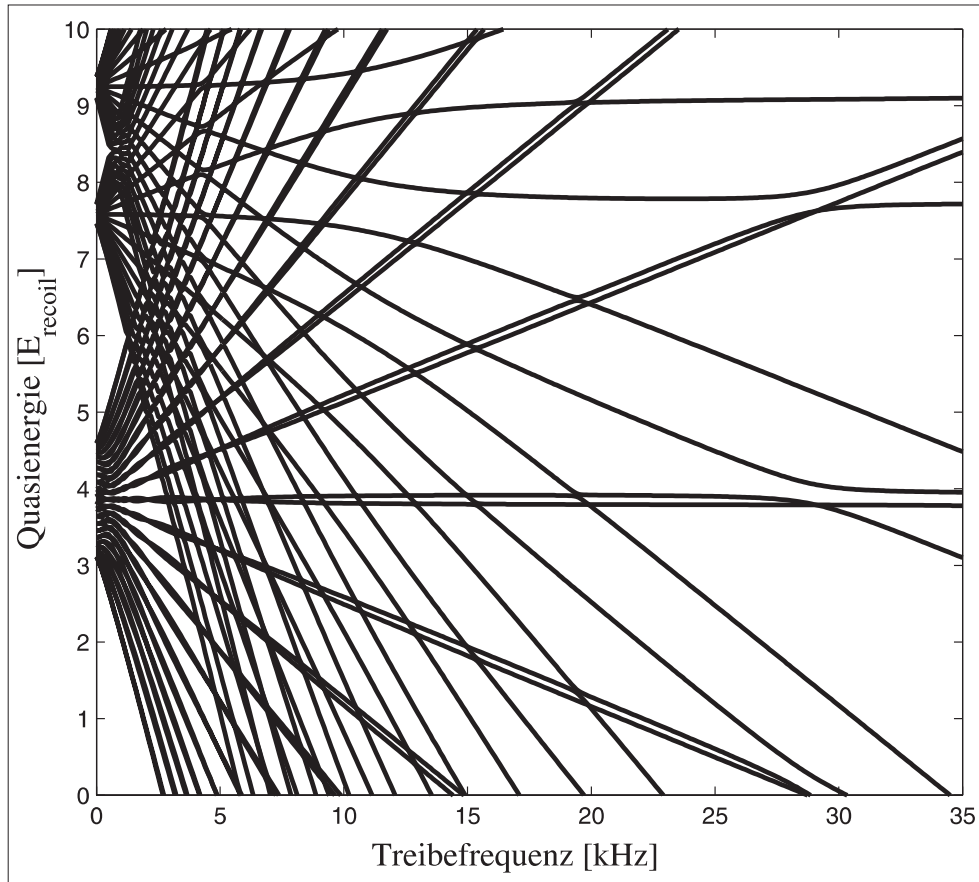


Abbildung 4.2: Quasienergien als Funktion der Treibfrequenz. Für das Potential wurde $V_{SW} = 8,27 E_{recoil}$, $V_{SW60} = 2,68 E_{recoil}$ und $S = 4 E_{recoil}/\mu\text{m}$ gewählt.

Bei $j \neq k$ erhält man z.B.:

$$M_{12} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{iSx_{12}}{2} & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{iSx_{12}}{2} & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \frac{iSx_{12}}{2} \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{iSx_{12}}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

wobei x_{12} (x_{jk}) für das Matrixelement $\langle \varphi_1 | x | \varphi_2 \rangle$ ($\langle \varphi_j | x | \varphi_k \rangle$) steht. Wenn man Matrix A mit Hilfe eines Matlab-Programms diagonalisiert, erhält man als Eigenwerte die Quasienergien $\{\epsilon_\alpha\}$ (Abbildung 4.2) und die dazugehörigen Eigenvektoren $c_{\alpha,k}^n$ in den Spalten der Eigenvektormatrix. Es stellt sich nun die Frage, welche dieser Floquetzustände und Quasienergien zur Dynamik beitragen. Dies kann man ermitteln, indem man die Floquetzustände wie in (2.20) auf den Anfangszustand projiziert. Hierzu benötigt man das Skalarprodukt $\langle \langle \Phi_\alpha | \Psi_0 \rangle \rangle$ (Kapitel 2.2). Idealerweise haben wir den Anfangszustand

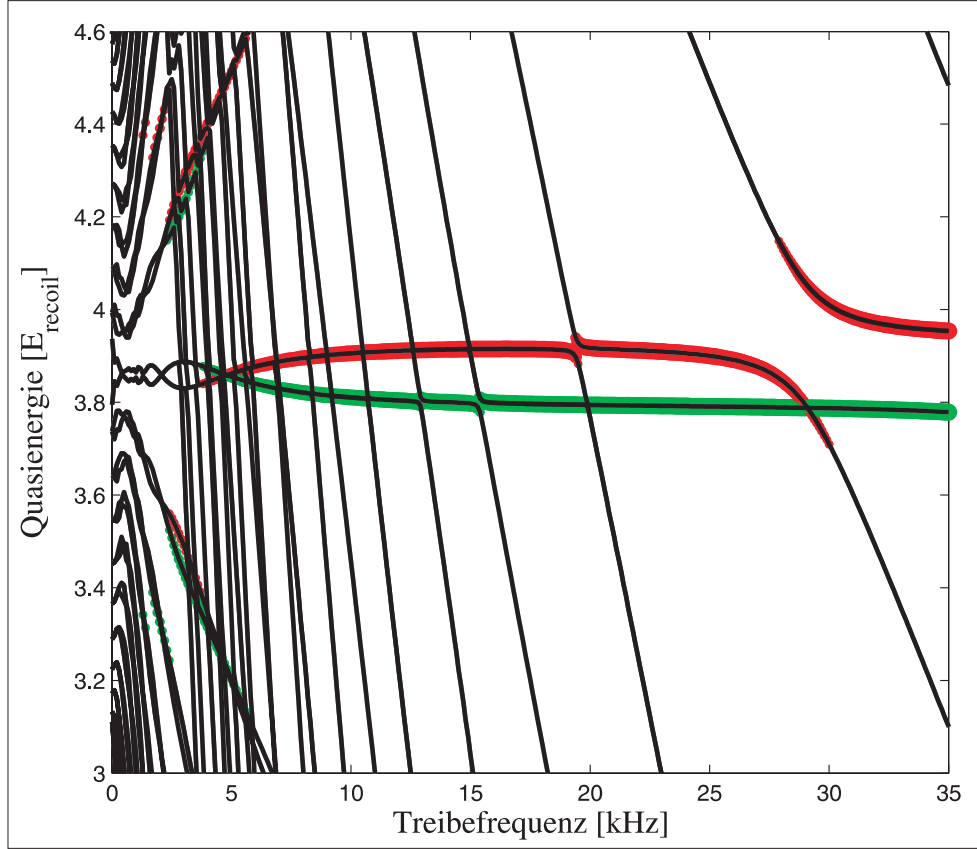


Abbildung 4.3: Ausschnitt aus Abbildung 4.2. In rot und grün sind die Quasienergien dargestellt, welche bei einer Anfangswellenfunktion von $|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\varphi_1\rangle + |\varphi_2\rangle)$ am stärksten zur Dynamik beitragen. Grün gekennzeichnet sind die Quasienergien, welche zu $\{\varphi_1, 0\}$ gehören und rot diejenigen, welche zu $\{\varphi_2, 0\}$ gehören. Welche der Floquetzustände relevant sind hängt stark von der Treibfrequenz ab.

$|\Psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\varphi_1\rangle + |\varphi_2\rangle)$. Die Projektion auf die Floquetzustände ist dann:

$$\begin{aligned}
 P_\alpha &= \left| \left\langle \left\langle \Phi_\alpha(x, t) \left| \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 + \varphi_2) \right. \right\rangle \right\rangle \right|^2 \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\sum_{k_1} \sum_{n_1} c_{\alpha, k_1}^{n_1} \varphi_{k_1}(x) \exp(in_1 \omega t) \right) \varphi_1(x) \right. \\
 &\quad + \left. \frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\sum_{k_2} \sum_{n_2} c_{\alpha, k_2}^{n_2} \varphi_{k_2}(x) \exp(in_2 \omega t) \right) \varphi_2(x) \right) \\
 &\quad * \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\sum_{k'_1} \sum_{n'_1} c_{\alpha, k'_1}^{n'_1} \varphi_{k'_1}(x) \exp(in'_1 \omega t) \right) \varphi_1(x) + \dots \right). \quad (4.26)
 \end{aligned}$$

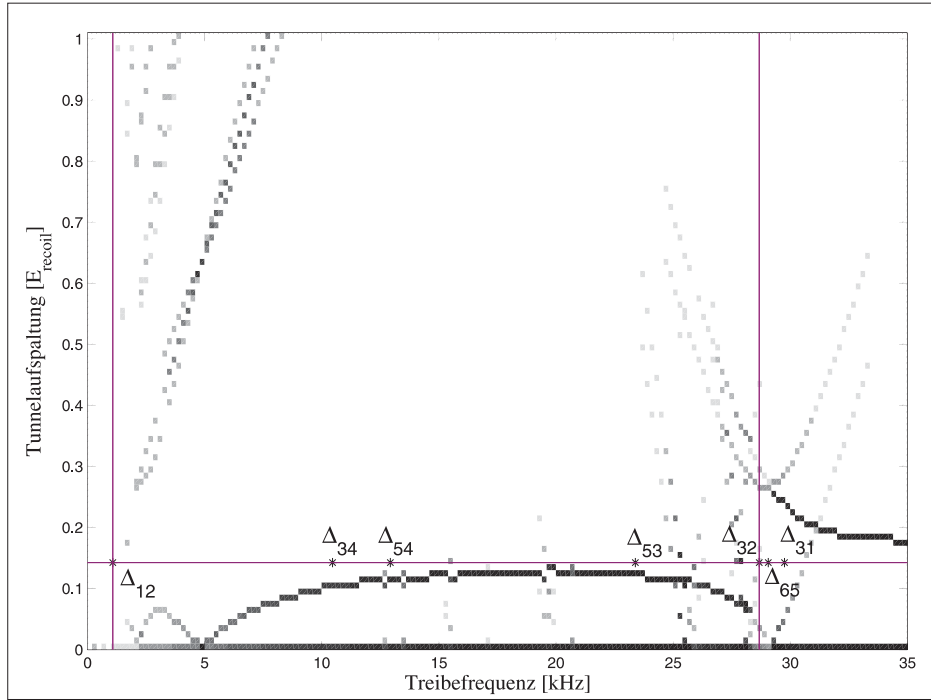


Abbildung 4.4: Tunnelaufspaltungen in Abhängigkeit von der Treibfrequenz. Die Amplituden, mit welchen die Tunnelaufspaltungen zur Tunneldynamik beitragen, sind umso größer je dunkler die Farbe ist. Die durchgezogenen Linien geben das Tunnelsplitting im ungetriebenen Doppeltopf an sowie die Grundzustandsdublett- und Fundamentalresonanz. Höhere Resonanzen sind mit einem schwarzen Stern gekennzeichnet.

Durch Integration über die Zeit mitteln sich alle Terme mit $n \neq 0$ heraus. Wegen der Orthonormalität der Eigenfunktionen fallen auch alle Terme weg, bei denen $k \neq 1, 2$ ist. Übrig bleibt:

$$P_\alpha = \frac{1}{2} (|c_{\alpha,1}^0|^2 + |c_{\alpha,2}^0|^2 + c_{\alpha,1}^0 c_{\alpha,2}^{0*} + c_{\alpha,2}^0 c_{\alpha,1}^{0*}). \quad (4.27)$$

Die Einträge ungleich Null in den Zeilen der Eigenvektormatrix, die zu $\{\varphi_1, 0\}$ und $\{\varphi_2, 0\}$ gehören (bei uns also in Zeile $N + 1$ und $3N + 2$), führen in der Eigenwertmatrix zu denjenigen Quasienergien ϵ_α , die bei einer Anfangswellenfunktion, die aus einer Superposition von $\{\varphi_1, 0\}$ und $\{\varphi_2, 0\}$ besteht, dominieren (Abbildung 4.3). Je größer der Wert in der Eigenvektormatrix ist, desto mehr trägt die Quasienergie zur Dynamik bei. In Abbildung 4.4 sind die Differenzen aller Quasienergien mit den nach Formel (2.20) und (4.27) berechneten Amplituden aufgetragen. Je dunkler die Farbe, desto stärker trägt die Differenz zur Tunneldynamik bei.

Um zwischen exakten Kreuzungen und Antikreuzungen zu unterscheiden, muss man die Paritäten der zugehörigen Floquetzustände bestimmen:

$$P(\Phi_\alpha(x, t)) = \pm \Phi_\alpha(-x, t + T/2) \quad (4.28)$$

$$\Phi_\alpha(-x, t + T/2) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{\alpha,k}^n \varphi_k(-x) \exp(in\omega(t + T/2)). \quad (4.29)$$

Mit

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \text{und} \quad \varphi_k(-x) = (-1)^{k+1} \varphi_k(x) \quad (4.30)$$

folgt

$$\Phi_\alpha(-x, t + T/2) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{\alpha,k}^n \varphi_k(x) \exp(in\omega t) (-1)^{k+1+n}. \quad (4.31)$$

Wenn $k + 1 + n$ gerade ist, ist die Parität auch gerade. Man muss also nur im zu ϵ_α gehörenden Eigenvektor nachschauen, ob die Einträge für gerades oder ungerades $k+1+n$ verschwinden.

4.4 Split-Step-Fourier-Methode

Wenn man die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktionen simulieren möchte, kann man dies durch numerische Integration mit Hilfe der Split-Step-Fourier-Methode (spektrale Methode) [23] tun. Die zeitliche Entwicklung ergibt sich durch Anwendung des Zeitentwicklungsoperators $U(t_1, t_0) = \exp(-\frac{i}{\hbar}H(t_1 - t_0))$. Um numerisch zu integrieren, wird $(t_1 - t_0)$ in kleine Zeitschritte unterteilt und der Zeitentwicklungsoperator $U = \exp(-\frac{i}{\hbar}Hdt)$ mehrmals auf die Wellenfunktion angewendet. Der Hamiltonoperator wird in einen kinetischen Term $K(k)$ und einen orts- und zeitabhängigen Term $V(x, t)$ zerlegt. Der kinetische Term ist in unserem Fall

$$K(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (4.32)$$

der orts- und zeitabhängige Anteil:

$$\begin{aligned} V(x, t) &= V_{SW} \cos^2 \left(k \left(x - \frac{\lambda}{2} \right) \right) \\ &+ V_{SW60} \cos^2 \left(\frac{k}{2} \left(x - \frac{\lambda}{2} \right) + \sin(\omega t + \varphi_0) \varphi_S \right) \\ &+ iV_{ABS} \hbar \cos^2 \left(\frac{k}{2} \left(x - \frac{\lambda}{4} \right) \right). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Hierbei ist φ_S die Treibeamplitude in Einheiten einer Phase, welche mit Gleichung (3.11) berechnet werden kann und φ_0 die Treibephase, zu der das Atom ins Potential eintritt. Der infinitesimale Zeitentwicklungsoperator wird folgendermaßen aufgeteilt:

$$U(dt) = e^{-\frac{i}{\hbar}Hdt} \approx e^{-\frac{i}{\hbar}K(k)dt} e^{-\frac{i}{\hbar}V(x,t)dt}. \quad (4.34)$$

Hierbei macht man einen Fehler, da x und k nicht kommutieren. Dieser wird allerdings bei infinitesimalen Zeitschritten sehr klein. Im ersten Schritt wendet man den Zeitentwicklungsoperator für den Ort auf die Anfangswellenfunktion $\Psi_0(x, t)$ an:

$$\Psi_1(x, t + dt) = e^{-\frac{i}{\hbar}V(x,t)dt} \Psi_0(x, t). \quad (4.35)$$

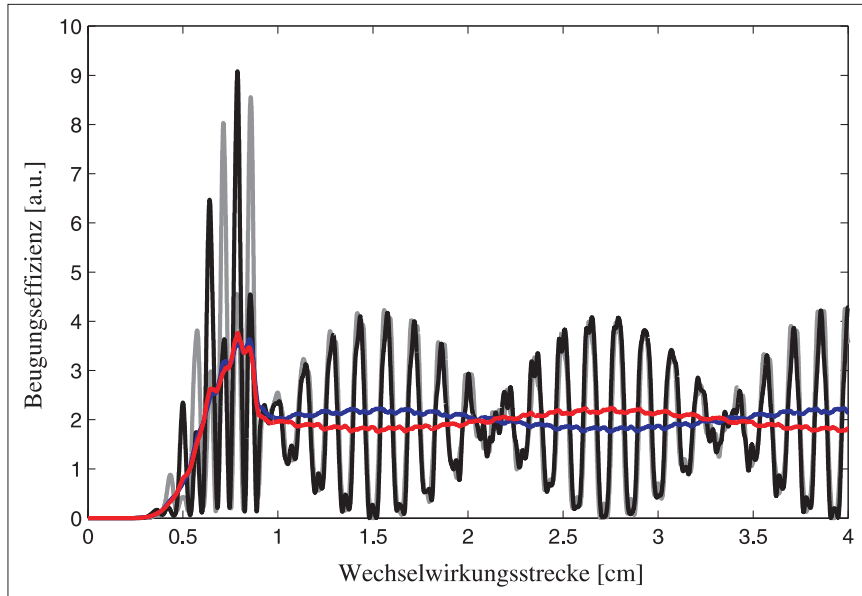


Abbildung 4.5: Um die Entwicklung der Beugungseffizienzen mit der Split-Step-Fourier-Methode zu simulieren wird über verschiedene Anfangsphasen gemittelt, da im Experiment die Atome, welche gemessen werden zu unterschiedlichen Zeiten und somit auch zu verschiedenen Phasen des Treibens ins Potential eintreten. Neben den Beugungseffizienzen für eine Phase sind in rot und blau die über viele Phasen gemittelten Beugungseffizienzen dargestellt. Die Oszillationen der Beugungsordnungen bedeuten, dass die tunnelnden Atome abwechselnd einen Impuls in die eine und in die andere Richtung besitzen. Gerechnet wurde ein Doppeltopf mit $V_{SW} = 8,27 E_{recoil}$, $V_{SW60} = 2,68 E_{recoil}$ bei 7kHz Treibefrequenz und $\varphi_S = 0.338$ rad Treibeamplitude.

Da der kinetische Anteil im Impulsraum diagonal ist, bietet es sich an, den Zeitentwicklungsoperator für den Impulsanteil nach einer Fourier-Transformation $\Psi_2(k, t) = FT(\Psi_1(x, t + dt))$ anzuwenden:

$$\Psi_3(k, t + dt) = e^{-\frac{i}{\hbar} K(k) dt} \Psi_2(k, t) \quad (4.36)$$

Nun muss nur noch die Rücktransformation in den Ortsraum $\Psi(x, t + dt) = FT^{-1}(\Psi_3(k, t + dt))$ erfolgen. Auch hier hat man die Möglichkeit, wie auch bei der Vielstrahl-Methode, die Propagation des Teilchens durch das Potential anhand der Simulation der Beugungseffizienzen nachzuvollziehen. Zur Simulation eines Tunnelprozesses mit Antrieb ist in Abbildung 4.5 die simulierte Tunneldynamik aufgetragen. Es sind die zeitlichen Entwicklungen der Beugungseffizienzen nach aber auch vor der Präparation des Anfangszustands zu erkennen. Da die Atome im Experiment zu unterschiedlichen Phasen des Treibens in das Potential gelangen, muss man über viele verschiedene Phasen mitteln. Diese gemittelten Vorhersagen sind farbig eingezeichnet.

4.5 Vergleich der Simulationsmethoden

In Abbildung 4.6 sind die theoretischen Tunnelaufspaltungen nach der Floquet-Matrix-Methode in verschiedenen Grautönen (dunkle Tunnelaufspaltungen tragen stark zur Dynamik bei, helle weniger stark) und die Ergebnisse nach der Zwei-Moden-Näherung 4.2

durch eine durchgezogene grüne Linie dargestellt. Die roten Kreuze stehen für die nach der Split-Step-Methode berechneten Tunnelaufspaltungen, wobei der Hamiltonoperator benutzt wurde, der unserem Experiment am nächsten kommt (Gleichung 4.33). Die blauen Punkte sind ebenfalls Tunnelaufspaltungen, die mit der Split-Step-Methode berechnet wurden, hier allerdings für den idealen Hamiltonoperator für symmetrisches Treiben. Offensichtlich beschreibt die Zwei-Moden-Näherung die Dynamik nur für Treibefrequenzen zwischen $(E_2 - E_1/h)$ und der Fundamentalresonanz $(E_3 - E_2/h)$ richtig. In der Nähe der Fundamentalresonanz werden höhere Energieniveaus angeregt, die in der Zwei-Moden-Näherung nicht mit eingehen. Bei dieser Näherung tritt beim Treiben auch immer nur eine Tunnelfrequenz auf. Wenn man für den Hamiltonoperator der Split-Step-Methode den gleichen benutzt wie bei der Floquet-Analyse, also mit dem Antriebsterm für symmetrisches Treiben $xS \sin(\omega t)$, erhält man die gleichen Ergebnisse. Verwendet man allerdings den Antriebsterm, der unserem Experiment am nächsten kommt (Gleichung 4.33), so bildet sich die Fundamentalresonanz nicht so stark aus. Dies könnte dadurch begründet werden, dass in diesem Fall die Symmetrie des Treibens leicht verletzt ist, was dazu führt, dass sich aus Kreuzungen Antikreuzungen bilden (Abbildung 2.2).

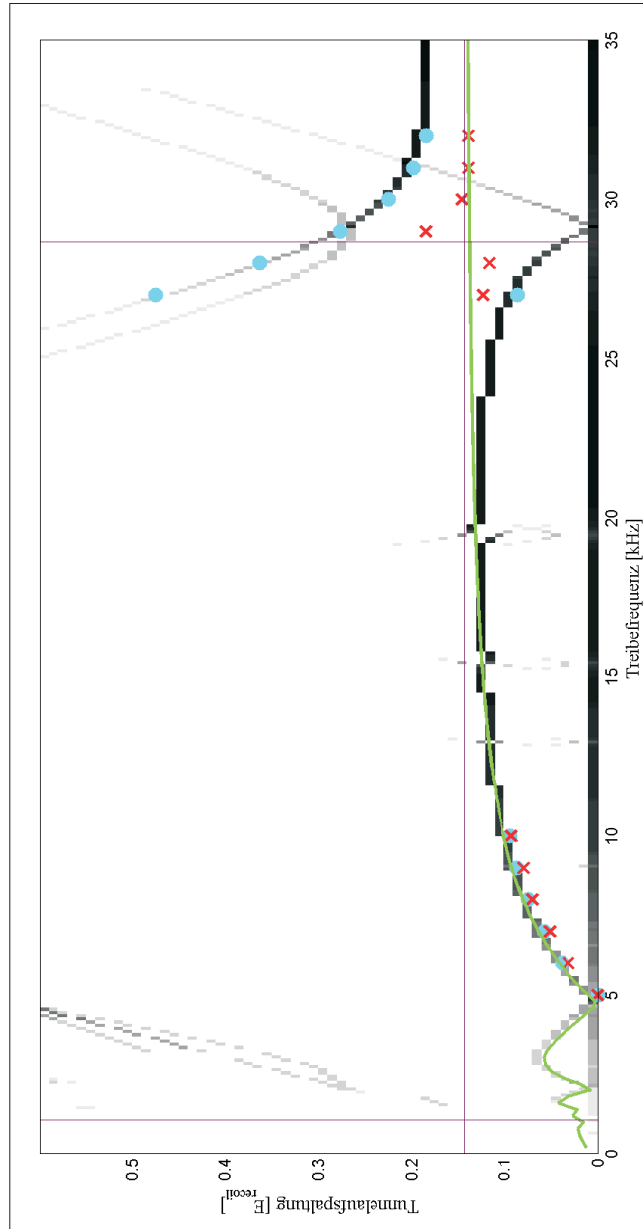


Abbildung 4.6: Vergleich verschiedener Simulationen: in grau: Floquet-Methode mit Gewichtung; grün: Zwei-Moden-Näherung; blaue Punkte: Split-Step-Methode mit symmetrischem Treiben wie bei Floquet angenommen; rote Kreuze: Split-Step-Methode mit leicht asymmetrischem Treiben, wie im Experiment realisiert. Die Tunnelaufspaltungen nach der Split-Step-Methode wurden aus gefitteten Simulationen berechnet. Als Fittfunktion wurde eine Sinus-Funktion bzw. eine Summe aus zwei Sinus-Funktionen gewählt, falls die Dynamik eine Schwebung aus zwei Tunnelfrequenzen aufweist.

Kapitel 5

Ergebnisse zum Tunnelsystem

Um das Tunneln ohne Antrieb zu untersuchen, wurden Messungen bei unterschiedlicher Präparation des Anfangszustands, bei verschiedenen Gesamtintensitäten der Doppeltopfpotentiale, sowie bei unterschiedlich hohen Barrieren durchgeführt. Desweiteren wurde das Tunneln für verschieden stark ausgeprägte Asymmetrien der Doppeltöpfe gemessen und versucht die beste Methode zum Symmetrisieren der Doppeltöpfe zu finden, um dann bei möglichst symmetrischen Doppeltöpfen zu treiben. Dabei wurden die Einflüsse unterschiedlicher Treibfrequenzen und Treibeamplituden auf die Tunneldynamik untersucht.

5.1 Tunneln in zeitlich konstantem Potential

5.1.1 Grundjustage

Um das Tunneln einzelner Atome messen zu können, muss man zunächst verschiedene Methoden zur Symmetrisierung des Potentials zu Hilfe nehmen. Position und Form der Laserstrahlen, die das Potential bilden, müssen so justiert werden, dass sie möglichst auf der Höhe des Atomstrahls perfekt überlappen und dass die Atome adiabatisch in das Doppeltopfpotential einlaufen. Außerdem hängt die Symmetrie des Doppeltopfes kritisch vom Winkel zwischen der SW und der $SW60$ ab und die Mulden des Potentials müssen parallel zum Atomstrahl verlaufen.

Experimentierkammer

In Abbildung 5.1 sind die Hauptbestandteile des experimentellen Aufbaus dargestellt. Der Atomstrahl breitet sich entlang der z -Achse aus. Zunächst trifft er auf Spalt 1, welcher $25\ \mu\text{m}$ breit ist und mit Hilfe des Motors M6 in x -Richtung aus dem Atomstrahl heraus- oder hineingefahren werden kann. Spalt 2 lässt sich nicht nur in x -Richtung verschieben sondern auch seine Breite kann von 0 bis $40\ \mu\text{m}$ variiert werden. Die Spalte dienen der Kollimation und werden nur herausgefahren, um die Laser-Kühlung zu optimieren, wenn man einen höheren Atomfluss benötigt. Spalt 2 wird in unseren Experimenten meist so weit geschlossen, dass nur noch die Hälfte der Atome am Detektor ankommt. Dadurch verbessert man die Auflösung der Beugungsordnungen und durch den schmaleren Atomstrahl wird über weniger Doppeltöpfe gemittelt. Spiegel 1 und Spiegel

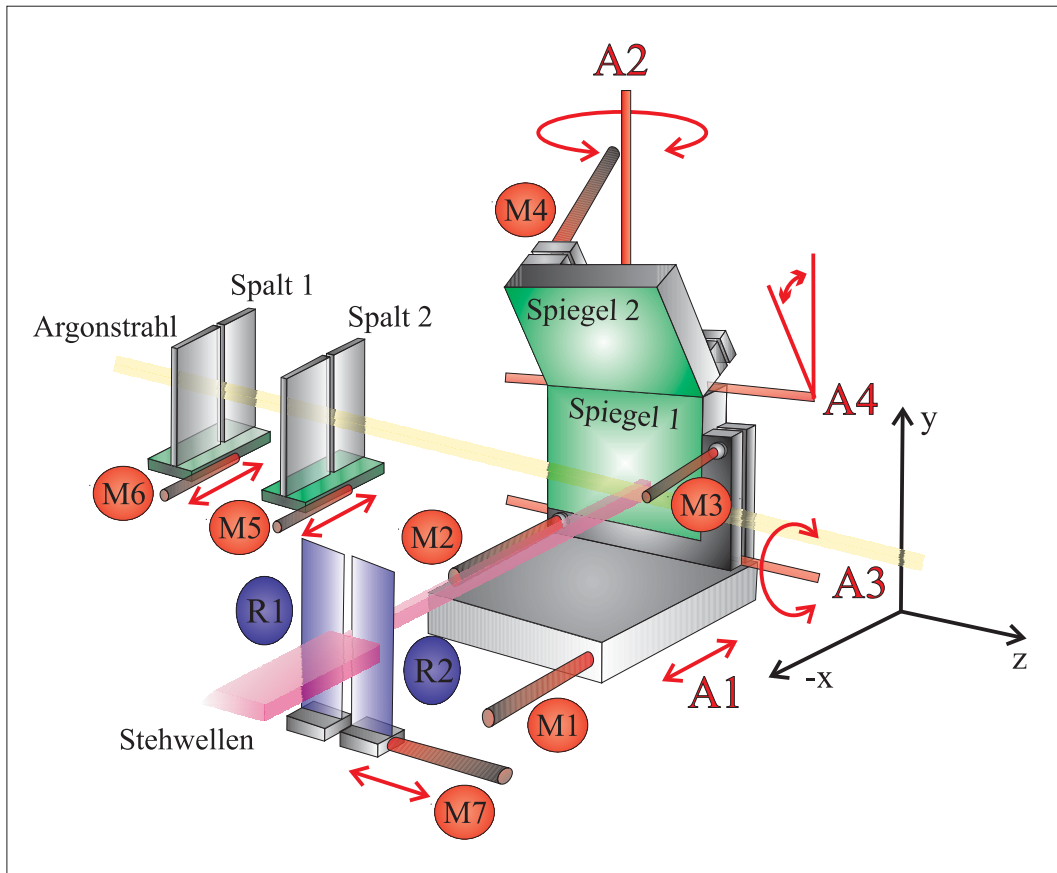


Abbildung 5.1: Darstellung der Motoren innerhalb der Experimentierkammer und kurz davor [18]. Die Motoren M1-M4 dienen der Translation entlang der x-Achse und der Rotation der Goldspiegeleinheit um die Achsen A2 und A3 sowie der Einstellung des Winkels zwischen Spiegel 1 und Spiegel 2 (A4). Mit M5 und M6 kann man die beiden Spalte zur Kollimation steuern. Mit dem eingebauten Schrittmotor M7 kann man die Rasierklinge R2 bewegen, wobei R1 manuell verschoben werden kann.

2, die zur Erzeugung des Doppelpotentials dienen, sind auf einem in x-Richtung mit dem Motor M1 verschiebbaren Tisch angebracht. Dadurch kann der Abstand zwischen Atomstrahl und Spiegel 1 variiert werden. Der Motor M2 kann die gesamte Spiegeleinheit um die y-Achse verdrehen, um den Winkel zwischen Atomstrahl und den Spiegeln zu ändern. Mit Hilfe des Motors M3 kann die Spiegeleinheit um die z-Achse gedreht werden. Mit M4 kann man den Winkel in der x-y-Ebene zwischen Spiegel 1 und Spiegel 2 einstellen. Dieser Winkel wurde allerdings außerhalb der Experimentierkammer mit Hilfe eines Goniometers voreingestellt [24], da eine sehr hohe Präzision notwendig ist, um symmetrische Doppeltöpfe zu erhalten. Um die zeitliche Entwicklung der Materiewellen im Potential anschauen zu können wird die Breite des Potentials direkt vor der Vakuumkammer mit Hilfe einer Rasierklinge, welche auf einem Verschiebetisch mit Schrittmotor montiert ist, variiert. Hierdurch kann die Wechselwirkungstrecke präzise variiert werden. Der Verlauf der Strahlen außerhalb der Vakuumapparatur ist in Abbildung 5.2 dargestellt.

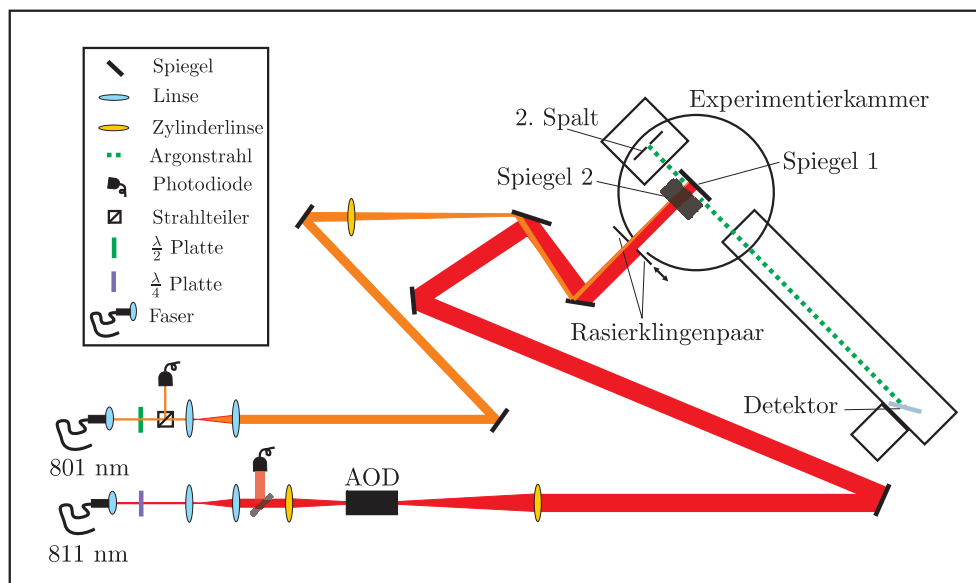


Abbildung 5.2: Aufbau der optischen Komponenten vor der Experimentierkammer [19].

Voreinstellungen

Der Winkel zwischen den beiden Spiegeln wurde nur einmal eingestellt, da bei der Veränderung dieses Winkels sich das Verhältnis zwischen den Perioden der stehenden Wellen als auch der Überlappbereich der Strahlen ändert. Nach Optimierung der Atomzahl wird durch Hineinfahren des ersten Spalts die Position des Atomstrahls auf dem Detektor festgelegt. Der zweite Spalt wird auf die Achse Spalt 1 - Detektor gestellt, was man durch Maximierung der detektierten Atome erreicht. Der Winkel um die z-Achse wird eingestellt, indem man mit M1 den Tisch so weit bewegt, dass der Atomstrahl zum Teil von Spiegel 1 abgeschnitten wird. Dann wird M3 so lange bewegt, bis das detektierte Bild einen Querschnitt des spaltförmigen Atomstrahls zeigt, dessen Breite über die Höhe des Strahls gleich ist. Dann steht die y-Achse von Spiegel 1 parallel zu den beiden Spalten. Diese Einstellung wird, wenn die Spalte nicht verschoben werden, nicht geändert. Die restlichen notwendigen Einstellungen werden jeden Tag neu eingestellt oder überprüft, da sie sehr kritisch sind und sich leicht durch Erschütterungen oder Temperaturschwankungen verändern.

Bragg-Beugung

Mittels Bragg-Beugung kann man die Geschwindigkeit der Atome bestimmen, und sie dient als Hilfsmittel, um die z-Achse der Goldspiegeleinheit parallel zum Atomstrahl einzustellen. Die stehende Welle, welche senkrecht auf den Spiegel auftrifft, dient hierbei als Lichtkristall. Man verändert mit einem Piezokristall den Winkel zwischen der stehenden Welle und dem Atomstrahl so lange, bis man mit dem Detektor Beugung in eine Richtung erkennen kann [24]. Dies geschieht genau bei dem Winkel θ_B perfekt, bei welchem

die Bedingung für Bragg-Beugung

$$\sin(\theta_B) = \frac{\lambda_{dB}}{2d} \quad (5.1)$$

erfüllt ist. Hierbei ist λ_{dB} die De Broglie-Wellenlänge $\lambda_{dB} = \frac{h}{mv}$ und d ist die Gitterkonstante, die bei einem Lichtkristall, welcher von der *SW* gebildet wird, $\lambda/2$ entspricht. Den Beugungswinkel kann man aus dem Abstand der Beugungsordnung zur Nullten Ordnung bestimmen. Aufgrund der Divergenz des Atomstrahls ist die Braggbedingung nur für einen kleinen Ausschnitt desselbigen erfüllt. Deshalb bildet sich bei perfekter Einstellung in der Mitte der Nullten Ordnung ein Minimum aus. Mit Hilfe des bestimmten Beugungswinkels kann man dann die Geschwindigkeit der Atome berechnen. Dabei lässt sich auch gut nachweisen, dass die Atome im unteren Teil des Atomstrahls langsamer sind als oben. Wenn man auf beiden Seiten die Piezospannung für die Erfüllung der Bragg-Bedingung λ_{dB} bestimmt und dann den Motor auf die Mitte der beiden Einstellungen einstellt, steht das Potential senkrecht zum Atomstrahl.

Das senkrechte Auftreffen des Potentials auf Spiegel 1 kann man prüfen indem man das in die Faser zurückreflektierte Licht mit Hilfe einer Photodiode maximiert. Es hat sich im Laufe der Messungen des getriebenen Tunnelns herausgestellt, dass dieses Signal regelmäßig optimiert werden muss, da sonst die Beugungseffizienz einer der beiden Beugungsordnungen bei den Tunnelmessungen insgesamt höher ist als die andere.

Strahlprofil

Mit Hilfe einer CCD-Kamera kann man die Intensitätsverteilung der Laserstrahlen messen. Die Strahlen werden derart mit einem Spiegel auf einen Schirm gelenkt, dass der Abstand vom AOD zum Schirm der gleiche ist wie zur Goldspiegeleinheit. Somit sollten die Strahlen auf dem Schirm genau so aussehen wie auf Spiegel 1 im Inneren der Experimentierkammer. In Abbildung 5.3 ist im Teilbild links oben ein typisches Strahlbild zu sehen. Man kann oben die etwas später ansteigende *SW60* mit der schmalen *absorptiven* stehenden Welle erkennen, welche auf Spiegel 2 auftreffen. Darunter ist die *SW*, welche auf den unteren Goldspiegel 1 trifft, zu erkennen. Im Teilbild rechts oben ist ein Intensitätsprofil längs der y-Achse dargestellt, wobei der rechte Peak der *SW* und der linke Peak der *SW60* entspricht. Unten ist ein Schnitt durch das Intensitätsprofil aller drei stehenden Wellen entlang der Flugrichtung der Atome zu sehen.

5.1.2 Messungen zur Präparation des Anfangszustandes

Wie schon in Kapitel 3.3.2 beschrieben, benötigt man eine *absorptive* stehende Welle, um die Atome einer Mulde aus dem metastabilen Zustand in den Grundzustand zu überführen. Nur wenn die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der metastabilen Argonatome in einer Mulde kleiner ist als diejenige in der anderen, kann Tunneln überhaupt beobachtet werden. Da sich am Spiegel stets ein Knoten aller stehenden Wellen befindet, würden bei gleicher Periode der *absorptiven* stehenden Welle und des Doppelpotentials die Absorptionsmaxima auf die Positionen der Barrieren fallen. Durch die unterschiedliche Periode bekommt man in Abhängigkeit vom Abstand zum Spiegel abwechselnd Intensitätsmaxima der *absorptiven* stehenden Welle auf der Höhe der Barriere, in der linken Mulde, wieder in der Mitte, in der rechten Mulde usw.. Wenn der Unterschied der Periode

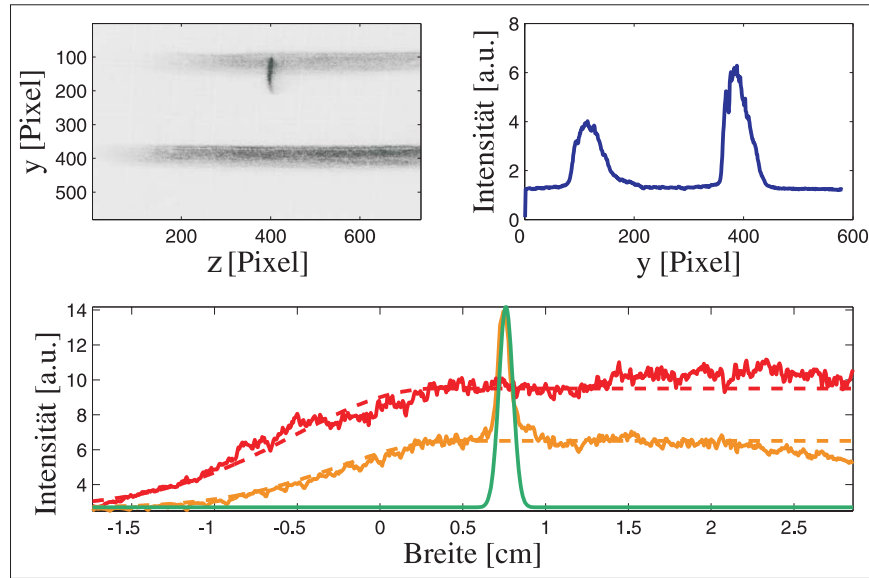


Abbildung 5.3: Links oben ist ein CCD-Bild der Laserstrahlen bei einer Spannung von 110 mV_{pp} und einer Frequenz von 40 MHz am AOD zu sehen. Rechts oben, im Schnitt entlang der y -Achse, ist zu erkennen, dass bei dieser Einstellung des AODs mehr Intensität in der unteren bzw. rechts befindlichen SW ist. Im unteren Bild sind die Intensitätsverläufe der drei Strahlen entlang der Flugrichtung der Atome zu sehen. Die *absorptive* stehende Welle setzt erst ein, wenn beide Strahlen ihr Maximum erreicht haben, bzw. wenn die Atome im Grundzustand präpariert sind. Der langsame Anstieg von *SW* und *SW60* wurde mit Hilfe eines selbstgemachten Filters erzeugt.

der *SW60* und der *absorptiven* stehenden Welle zu groß ist, wird die Schwebungsperiode klein. Da der Atomstrahl allerdings einen Querschnitt von ungefähr $20\text{ }\mu\text{m}$ hat und man somit immer über die Dynamik in mehreren Töpfen mittelt, sollte die Schwebungsperiode nicht zu klein sein. Zu groß sollte diese allerdings auch nicht sein, da man sonst den Spiegel weit weg vom Atomstrahl positionieren müsste, um das Maximum der *absorptiven* stehenden Welle in einer der beiden Mulden zu haben. Dies hat den Nachteil, dass dort dann die stehenden Wellen nicht mehr so gut überlappen, die Symmetrie der Töpfe schlechter wird, da sich Unterschiede der Periodizität von *SW* und *SW60* stärker auswirken. Außerdem sind dann die Auswirkungen der schief einfallenden Laserstrahlen größer.

Bestimmung der Schwebungsperiode mit Hilfe eines Interferometers

Zum Ermitteln und Einstellen der Schwebungsperiode blockt man einen Teil der *SW60* vor der Experimentierkammer so, dass die Atome nacheinander durch ein Stück *SW60* und durch die *absorptive* stehende Welle propagieren. Diese ist dabei leicht verstimmt. Dies bewirkt, dass keine Atome mehr durch sie in den Grundzustand überführt werden und auch diese stehende Welle auf die Atome als reelles Beugungsgitter wirkt. Wenn man die Potentiale zum Atomstrahl so ausrichtet, dass die Bragg-Bedingung erfüllt ist, können die Atome an der *SW60* oder an der *absorptiven* stehenden Welle gebeugt werden. Dadurch erhält man ein Interferenzmuster. Je nachdem, wie die Phasenbeziehung der beiden

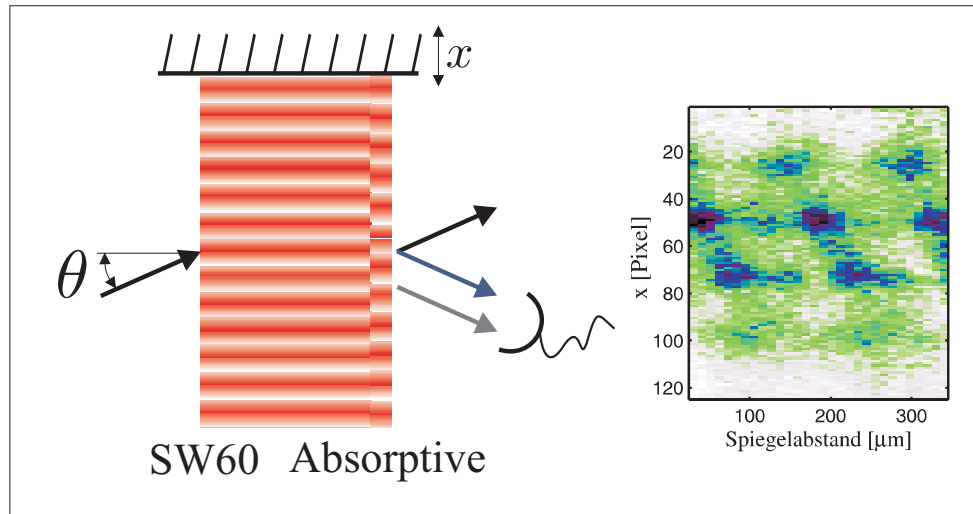


Abbildung 5.4: Interferometrische Messung der Schwebungsperiode zwischen der SW60 und der verstimmt *absorptiven* stehenden Welle. Ein Atom, welches durchpropagiert kann sowohl an der einen als auch an der anderen stehenden Welle gebeugt werden. Daraus ergibt sich ein Beugungsbild, welches von der Phasendifferenz der beiden stehenden Wellen abhängt. Senkrecht zur x -Achse kann man die Veränderungen der Beugungseffizienzen in den verschiedenen Beugungsordnungen bei Variation des Spiegelabstandes erkennen. Je dunkler die Farbe, desto höher ist die Zahl der dorthin gebeugten Atome.

stehenden Wellen ist, erhält man am Detektor unterschiedliche relative Effizienzen der verschiedenen Beugungsordnungen. Indem man die gesamte Spiegeleinheit schrittweise vom Atomstrahl in x -Richtung wegbewegt und für jeden Schritt ein Beugungsbild aufnimmt, kann man die Phasenbeziehung in Abhängigkeit vom Spiegelabstand abtasten. Man erhält, wenn man die Beugungsbilder hintereinander legt, ein periodisches Muster wie in Abbildung 5.4 rechts. Die Periode dieses Beugungsmusters ist identisch mit der Schwebungsperiode. Durch die Neigung des letzten Spiegels der *absorptiven* stehenden Welle vor der Experimentierkammer kann ihre Periodizität und somit die Schwebungsperiode eingestellt werden. Es hat sich dabei bewährt, eine Schwebungsperiode von ungefähr $140 \mu\text{m}$ einzustellen. Dieses interferometrische Verfahren kann auch genutzt werden, um die Periodizität der SW60 so einzustellen, dass sie gerade λ beträgt und der Topf somit symmetrisch ist.

Nahfeldmessung

Neben der Messung der Schwebungsperiode zwischen der SW60 und der *absorptiven* stehenden Welle gibt es noch eine weitere Methode, um die Positionen der Intensitätsmaxima der *absorptiven* stehenden Welle in den Doppeltöpfen zu bestimmen. Indem man bei den gleichen Einstellungen der stehenden Wellen wie bei einer Tunnelmessung mit Motor M1 die Spiegeleinheit vom Atomstrahl wegfährt kann man die Präparation der Atome in den Doppeltöpfen in Abhängigkeit vom Spiegelabstand untersuchen. Hierbei wird die gesamte Transmission der Atome betrachtet (Abbildung 5.5). Wenn das Maximum der Absorptiven auf der Höhe der Barriere ist, kommen die wenigsten metastabilen

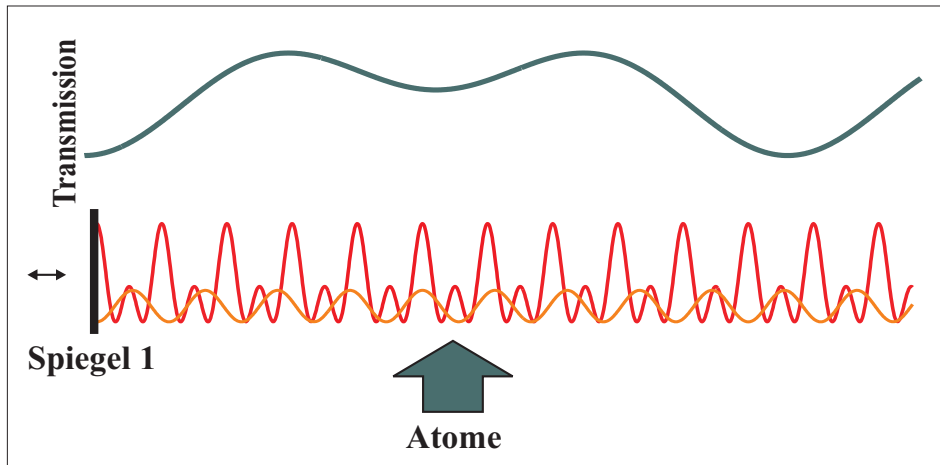


Abbildung 5.5: Prinzip der Nahfeldmessung: Dargestellt ist der relativ zum Atomstrahl bewegliche Spiegel 1 mit dem periodischen Doppelpotential sowie der Intensitätsverlauf der *absorptiven* stehenden Welle, deren Periode sich leicht von der Periode des Doppelpotentials unterscheidet. Je nachdem, wo sich die Maxima der *absorptiven* stehenden Welle befinden, erhält man beim Verschieben des Spiegels eine unterschiedlich hohe Transmission.

Atome am Detektor an, da dann ein Teil der Population des metastabilen Zustands sowohl in der linken als auch in der rechten Mulde entvölkert wird. Wenn die Maxima in der linken oder der rechten Mulde lokalisiert sind, wird am meisten transmittiert. Bei unseren Messungen wird die Intensität der *absorptiven* stehenden Welle stets so eingestellt, dass ungefähr 70% der Atome in den Grundzustand überführt werden. Wenn man die gesamte Transmission der Atome durch das Doppelpotential betrachtet, kann man neben der jeweiligen Position der Maxima der *absorptiven* stehenden Welle auch Aussagen über die Gestalt des Potentials machen. In Abbildung 5.6 ist zum Vergleich in den beiden linken Bildern die Nahfeldmessung eines Doppelpotentials und in den rechten Bildern die der *SW* alleine dargestellt. Weiterhin ist in Abbildung 5.6 und 5.7 zu erkennen, dass das erste Maximum der transmittierten Atome kleiner ist als das zweite Maximum. Dies muss allerdings nicht zwingend auf einen schiefen Doppelpotential hinweisen, da vielleicht auch die Nähe zum Spiegel die transmittierte Atomzahl verringert. In Abbildung 5.7 erhält man maximale Transmission ungefähr bei einem Abstand zwischen Atomstrahl und Spiegel 1 von $100\ \mu\text{m}$ und $135\ \mu\text{m}$. Um das Tunneln messen zu können, sollte man die Spiegeleinheit so weit vom Atomstrahl wegfahren, dass man sich an einem Punkt maximaler Transmission befindet, da dort die Atome gerade in einer Mulde präpariert sind. Experimentell hat sich gezeigt, dass es dabei nicht so kritisch ist, wenn man das Maximum um etwa $5\ \mu\text{m}$ verfehlt. In Abbildung 5.8 sind die zur Nahfeldmessung aus Abbildung 5.7 gehörenden Tunnelmessungen bei einem Spiegelabstand von $100\ \mu\text{m}$ und $135\ \mu\text{m}$ dargestellt. Im oberen Bild von Abbildung 5.8 sind die Beugungsbilder für eine schrittweise ansteigende Wechselwirkungsstrecke zu erkennen, was der Beobachtung der zeitlichen Entwicklung des Tunnelns entspricht. Entlang der Wechselwirkungsstrecken- bzw. Zeitachse kann man also die Entwicklung der Nullten Beugungsordnung und der ± 1 -Beugungsordnungen verfolgen. Je dunkler die Farbe, desto höher die Beugungseffizienz. Um diese genauer untersuchen zu können, sind im Bild darunter die Messpunkte

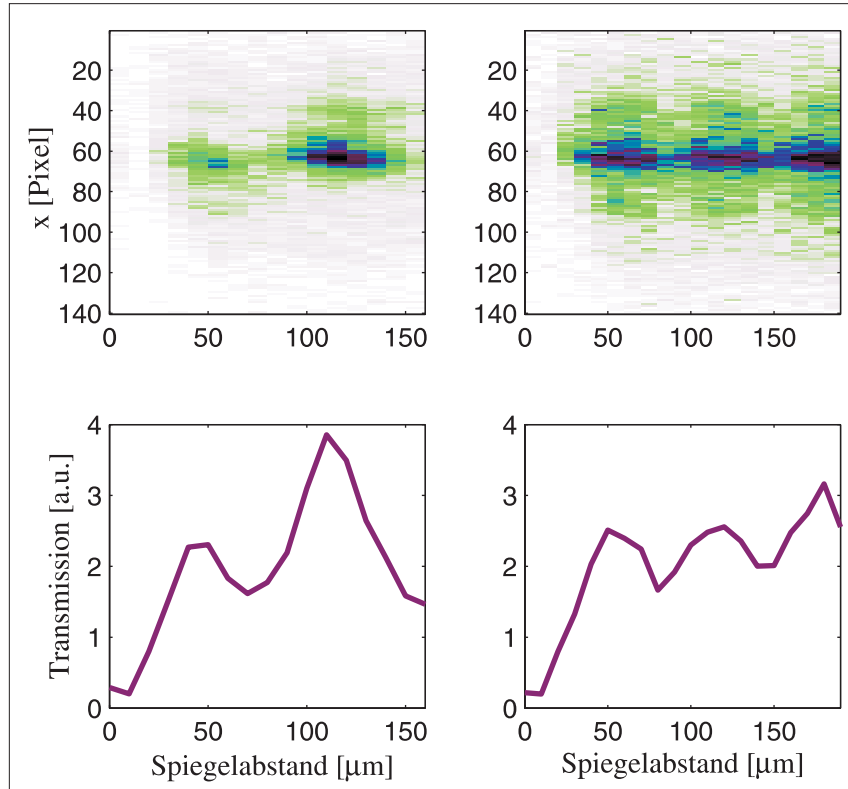


Abbildung 5.6: Vergleich einer Nahfeldmessung eines periodischen Doppelpotentials (links) und der *SW* (rechts): in den oberen Bildern ist jeweils die Veränderung der Beugungsbilder in Abhängigkeit des Spiegelabstandes aufgetragen und in den unteren Bildern sind die Gesamttransmissionen dargestellt.

der Beugungseffizienzen der ± 1 -Beugungsordnungen einzeln aufgetragen. Jene oszillieren gegenphasig, was ein Indiz für Tunneln in einem symmetrischen Potential ist. Naiv kann man dies so deuten, dass das Atom zunächst auf einer Seite des Doppelpotfs präpariert wird, dann beim Tunneln einen Impuls von $\hbar k$ in die eine Richtung erhält und beim Zurücktunneln den gleichen in die andere Richtung besitzt. Da bei den Messungen über viele Atome mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten gemittelt wird, entspricht die Wechselwirkungsstrecke je nach Geschwindigkeit einer anderen Zeit. Dieser Unterschied macht sich bei größerer Wechselwirkungsstrecke immer stärker bemerkbar, da er immer signifikanter wird. Nach größeren Wechselwirkungsstrecken ist die Tunnelndynamik daher nicht mehr so gut zu erkennen. Die beiden rechten Bilder zeigen eine Tunnelmessung bei einem Abstand des Atomstrahls zum Spiegel von $135 \mu\text{m}$. An dieser Position werden die Atome zu Beginn gerade in die andere Mulde als in den linken Bildern, welche bei einem Abstand Spiegel 1 - Argonstrahl von $100 \mu\text{m}$ ermittelt wurden, präpariert. Deshalb ist im Gegensatz zu diesen hier zunächst die Beugungseffizienz der -1 -Ordnung maximal. Diese Messung ist viel verrauschter als die bei $100 \mu\text{m}$. Dies liegt am großen Abstand zum Spiegel. Hier wirken sich Asymmetrien viel stärker aus als nahe am Spiegel.

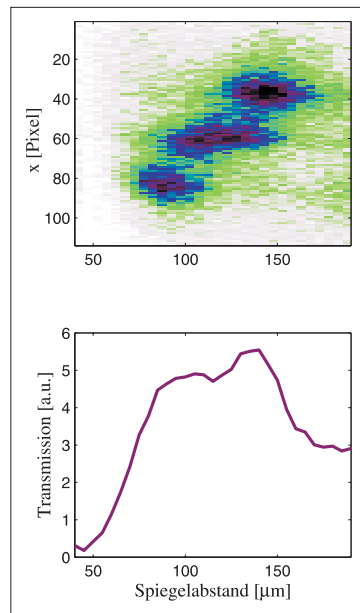


Abbildung 5.7: Nahfeldmessung für die beiden Tunnelmessungen in Abbildung 5.8 mit maximaler Transmission bei $100\ \mu\text{m}$ und $135\ \mu\text{m}$ Spiegelabstand. In diesen Abständen vom Spiegel sind die Atome in einer Mulde eines Doppelpotfes präpariert.

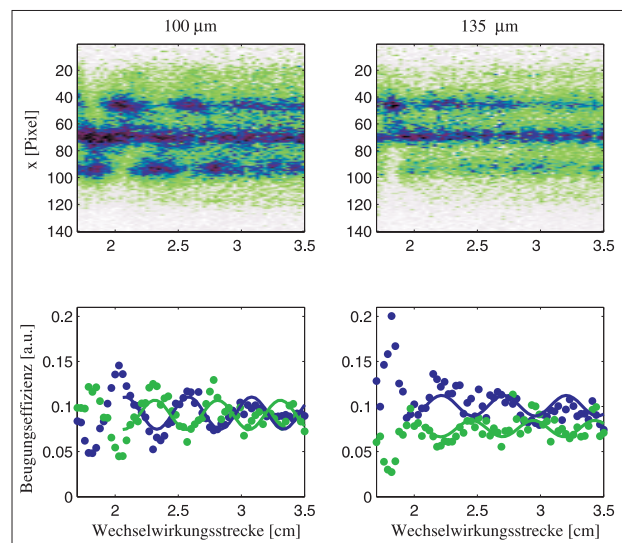


Abbildung 5.8: Tunnelmessung bei einem Spiegelabstand von $100\ \mu\text{m}$ (linke Bilder), also bei Präparation der Atome in der rechten Mulde und bei einem Spiegelabstand von $135\ \mu\text{m}$ (rechte Bilder), was einer Präparation in der linken Mulde entspricht. Dies kann man gut in den beiden unteren Bildern, wo die Beugungseffizienzen dargestellt sind, erkennen. Bei $100\ \mu\text{m}$ ist zunächst die $+1$. Ordnung (grün/hell) maximal, während bei $135\ \mu\text{m}$ die -1 . Ordnung (blau/dunkel) zu Beginn ein Maximum aufweist. Die aus dem Mittelwert der Oszillationsperioden der beiden Beugungsordnungen bestimmten Tunnelperioden (für $100\ \mu\text{m}$: $5,0 \pm 0,2\ \text{mm}$ und für $135\ \mu\text{m}$: $4,9 \pm 0,3\ \text{mm}$) stimmen innerhalb der aus den Fitfehlern ermittelten Fehler überein.

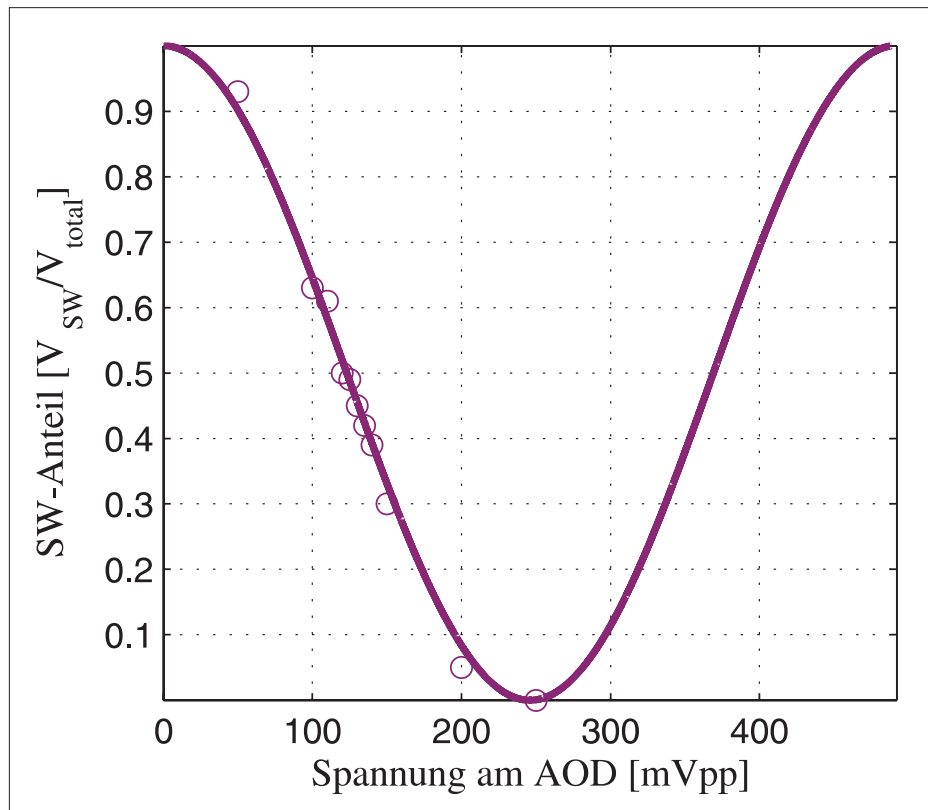


Abbildung 5.9: Eichkurve zur Bestimmung des SW -Anteils bei verschiedenen hohen Spannungen am AOD. Der restliche Teil entspricht dem Anteil der $SW60$ an der Gesamtintensität. Die Messpunkte wurden aus CCD-Kamera-Bildern bestimmt. Sie wurden mit einer für AODs typischen \cos^2 -förmigen Beugungseffizienzkurve extrapoliert.

5.1.3 Potentialtiefe

Die Frequenz des Tunnelns wird ohne Antrieb durch die Symmetrie des Doppelpotfes und die Barrierenhöhe bestimmt. Die Höhe der Barriere folgt im Experiment aus den Intensitäten der SW und der $SW60$. Wenn die Intensität der SW mit der Periode $\lambda/2$ hoch ist, ergibt dies eine hohe Barriere. Experimentell bieten sich mehrere Möglichkeiten an die Gesamttiefe und die Barrierenhöhe des Potentials zu verändern. Zum einen kann die Gesamtintensität der beiden stehenden Wellen verändert werden und zum anderen kann das Verhältnis der Intensitäten der SW zur $SW60$ durch Einstellen der Amplitude der am AOD anliegenden Spannung variiert werden. Um von der angelegten Spannung auf den Anteil der in der SW verbleibenden Leistung zu schließen, wird die Eichkurve aus Abbildung 5.9 benutzt. Die darin befindlichen Messpunkte wurden durch Aufnahmen der CCD-Kamera bei verschiedenen Spannungen am AOD ermittelt. Mit Hilfe dieser Messpunkte wurde die Position der Eichkurve festgelegt. Der Anteil der SW und die restliche Intensität, die als $SW60$ gebeugt wird, entspricht allerdings nicht der Intensität, die tatsächlich vom Atomstrahl wahrgenommen wird, da die beiden Stehwellen den Atomstrahl nicht perfekt mit der maximalen Intensität treffen. In Abbildung

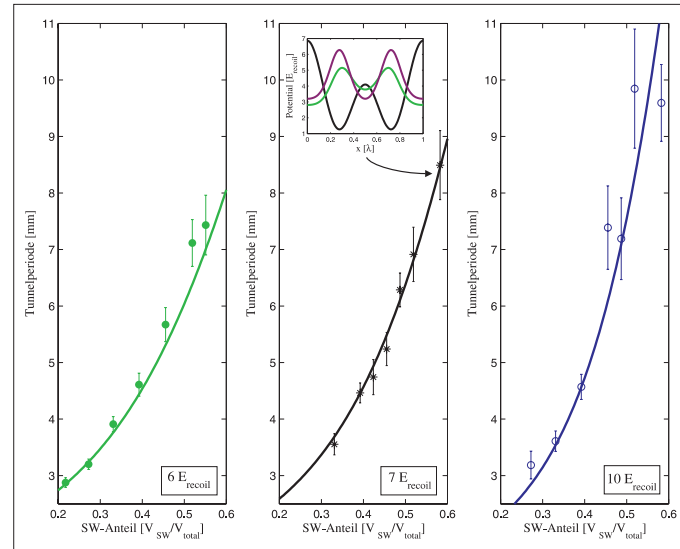


Abbildung 5.10: Es sind Messpunkte der über beide Beugungsordnungen gemittelten Tunnelperioden aufgetragen. Links wurde unter Benutzung der Bloch-Theorie die Gesamtintensität zu $6 E_{recoil}$ bestimmt. Die mit einem Intensitätsmessgerät gemessene Intensität betrug nach dem AOD 510 mW. Die Messreihe in der Mitte ergibt eine Gesamtintensität von $7 E_{recoil}$. Die rechte Messreihe passt am besten zu einer Gesamtleistung von $10 E_{recoil}$ und wurde bei maximaler Intensität von 560 mW aufgenommen.

5.10 sieht man drei verschiedene Messreihen, welche für verschiedene Gesamtintensitäten der beiden stehenden Wellen aufgenommen wurden. Die Theoriekurven wurden mit Hilfe der Bloch-Theorie (Kapitel 4.1) bestimmt. Aus späteren Messungen wurden die Intensitäten der *SW* und der *SW60* ermittelt, die tatsächlich auf die Atome wirken. Hierbei hat sich gezeigt, dass nur 95% der Intensität der *SW60* tatsächlich auf die Atome wirkt. Dies wurde bei den Berechnungen der theoretischen Kurven berücksichtigt und es wurde von einer Geschwindigkeit der Atome von 30 m/s ausgegangen. Dann wurden die Gesamtintensitäten ausgewählt, bei denen die theoretischen Werte am besten zu den Messpunkten passen. Die Messpunkte sind dabei eine Mittelung der Tunnelperioden der beiden ersten Beugungsordnungen. Die Fehler wurden aus den Fehlern des mit Hilfe von Matlab getätigten Sinus-Fits der Beugungseffizienzen berechnet. Bei symmetrischem Potential kreuzen sich die Kurven für verschiedene Gesamtintensitäten an einem Punkt, wie in Abbildung 5.11 zu sehen ist. Wenn das Potential asymmetrisch ist, gibt es solch einen Kreuzungspunkt nicht und die Kreuzungen der Kurven treten erst bei höherem *SW*-Anteil auf.

Bestimmung der Intensität der *SW60*

Die Intensität der *SW60*, welche auf die Atome wirkt, wird ermittelt indem nur die *SW60* und die *absorptive* stehende Welle eingestrahlt werden. Bei der Propagation in diesem Potential mit der Periode λ werden die Atome zunächst durch den adiabatischen Anstieg der Intensität in den Grundzustand präpariert. Die *absorptive* stehende Welle bewirkt dann, bei gleicher Einstellung wie für eine Tunnelmessung, dass in einer Po-

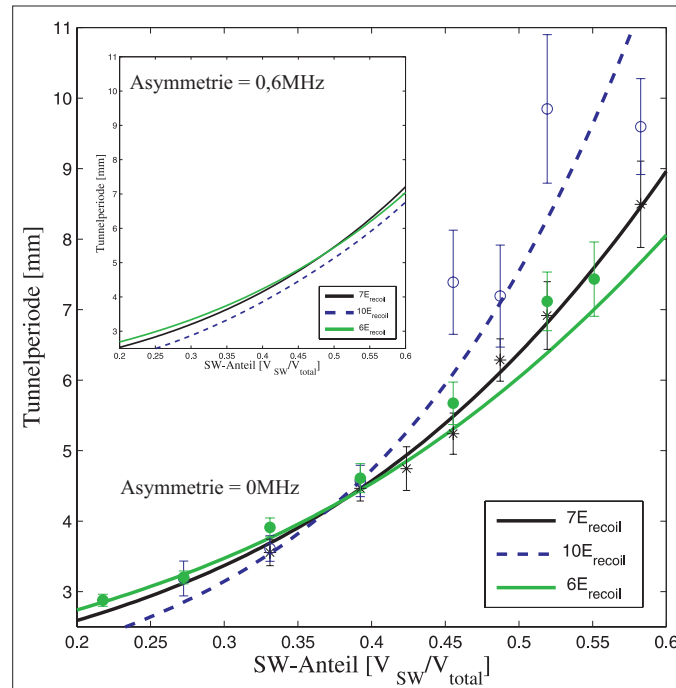


Abbildung 5.11: Hier sind im großen Bild alle drei Messreihen mit den zugehörigen Simulationen für eine Geschwindigkeit von 30 m/s aufgetragen. Nur bei symmetrischen Doppeltöpfen schneiden sich die Kurven an einem Punkt. Bei Asymmetrien wie im kleinen Bild für um 0,6 MHz zu hohe AQD-Frequenz, ergibt sich kein gemeinsamer Schnittpunkt und die einzelnen Schnittpunkte befinden sich bei höheren SW-Anteilen als im symmetrischen Fall .

tentialmulde die Atome auf einer Seite *absorbiert* werden. Dadurch kann man bei der Beobachtung der noch im metastabilen Zustand verbliebenen Atome eine Oszillation innerhalb einer Potentialmulde beobachten. Die Frequenz dieser Oszillation hängt dabei von der Tiefe des Potentials ab. Je tiefer das Potential ist, desto schneller oszillieren die Atome.

Bestimmung der Intensität der SW

Um die Intensität der SW bestimmen zu können wird ausschließlich die SW benutzt, wobei der adiabatische Anstieg des Potentials mit einer Rasierklinge vor der Experimentierkammer verhindert wird. Dadurch wird der adiabatische Übergang von der ebenen Welle zum Grundzustand verhindert. Dann sind auch höhere Zustände besetzt, was dazu führt, dass die Breite des Wellenpaketes oszilliert. Diese Oszillationen sind ebenfalls umso schneller, je höher das Potential ist.

In Abbildung 5.12 sind die theoretischen Vorhersagen der Oszillationsperioden für verschiedene Intensitäten bei einer Geschwindigkeit der Atome von 33 m/s dargestellt.

In Abbildung 5.13 sind eine Tunnelmessung mit den dazugehörigen Oszillationsmessungen der SW60 und der SW aufgetragen. Die Oszillations- und Tunnelperioden mit Fehlern wurden jeweils durch Sinus-Fits der ± 1 -Beugungsordnungen bestimmt. Daraus wurde der Mittelwert genommen. Bei der Auswertung wurde außerdem angenommen, dass

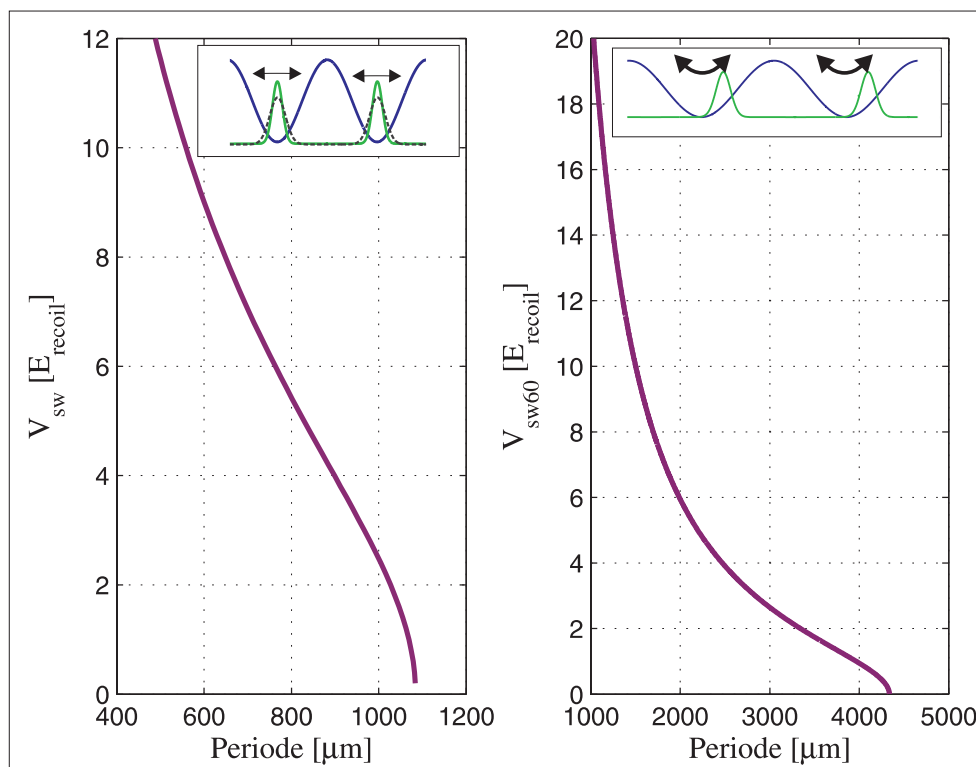


Abbildung 5.12: Intensitätseichkurven zur Bestimmung der Intensitäten von *SW* und *SW60* aus Oszillationsmessungen. Die Simulationen wurden für eine Geschwindigkeit von 33 m/s mit Hilfe der Bloch-Theorie und der Vielstrahlmethode durchgeführt.

die Geschwindigkeit der Atome durch Bestimmung der Beugungsabstände zwischen den Ordnungen mit zwei Pixeln Genauigkeit ermittelt werden kann. Beim Auswerten wurde ohnehin über sechs Pixel gemittelt. Aus einer Oszillationsperiode von $2,47 \pm 0,03$ mm (mit Fitfehler) für die *SW60* erhält man dann eine Intensität von $4,0 \pm 0,5 E_{recoil}$. Bei der *SW* erhält man aus $0,90 \pm 0,04$ mm eine Intensität von $4 \pm 1 E_{recoil}$. Schließlich errechnet man aus diesen beiden Intensitäten mit Hilfe der Bloch-Theorie für einen geraden Doppeltopf eine Tunnelperiode von $7,1 \pm 2,1$ mm. Im Experiment ergab die Tunnelmessung eine Periode von $8,9 \pm 0,5$ mm, was im Fehlerbereich mit dem vorhergesagten Wert übereinstimmt.

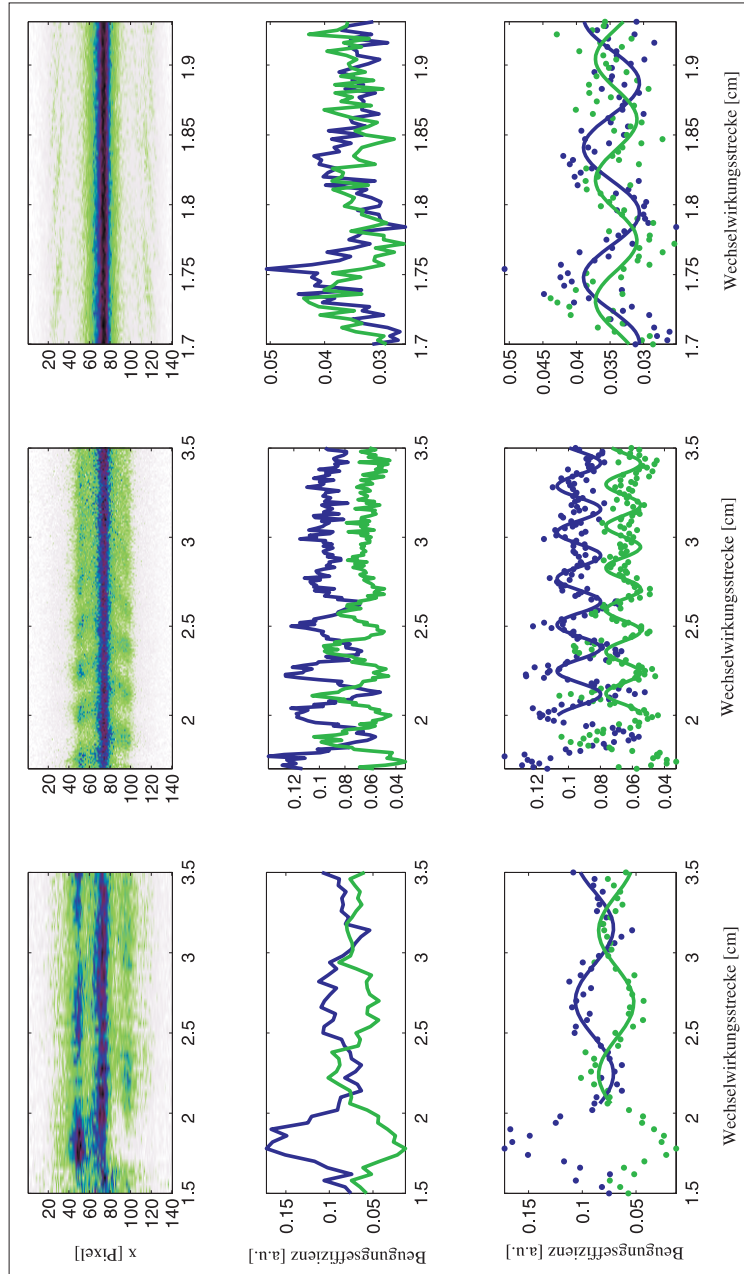


Abbildung 5.13: Dargestellt sind in der oberen Reihe Abfolgen von Beugungsbildern, in der mittleren Reihe die hieraus ermittelten zeitlichen Entwicklungen der Beugungseffizienzen (blau (dunkel): -1. Ordnung, grün (hell): +1. Ordnung) und in der unteren Reihe deren Messpunkte mit den Sinus-Fits. Links: Tunnelmessung mit einer Periode von $8,9 \pm 0,5$ mm. Mitte: Oszillationsmessung der $SW60$. Aus einer Periode von $2,47 \pm 0,03$ mm lässt sich eine Intensität von $4,0 \pm 0,5 E_{recoil}$ bestimmen. Rechts: Mit einer Periode von $0,90 \pm 0,04$ mm ergibt sich für die SW eine Tiefe von $4 \pm 1 E_{recoil}$. Die aus den beiden Intensitäten berechnete Tunnelperiode von $7,1 \pm 2,1$ mm stimmt recht gut mit der gemessenen Periode überein.

5.1.4 Symmetrie

Wenn man das Tunnelsystem treiben möchte, sollte der Ausgangspunkt ein möglichst symmetrischer Doppelpf sein, da ansonsten die bei der Floquet-Theorie vorausgesetzte verallgemeinerte Parität $P\Phi_\alpha(x, t) = \pm\Phi_\alpha(-x, +T/2)$ nicht mehr gewährleistet ist.

Um die Doppeltöpfe zu symmetrisieren muss man die richtige Einstellung der AOD-Frequenz finden. Diese bestimmt den Beugungswinkel zwischen den beiden Lichtstrahlen. Dadurch wird auch der Winkel zwischen der *SW* und der *SW60* direkt am Goldspiegel eingestellt. Um einen symmetrischen Doppelpf zu erhalten, sollte dieser Winkel 60° betragen. Da jener allerdings nicht direkt nachzumessen ist, wurden verschiedene Methoden entwickelt, die Doppeltöpfe zu symmetrisieren:

Nahfeldmessung

Durch Nahfeldmessungen der Doppeltöpfe erhält man Hinweise über ihre Gestalt (Abbildung 5.6 und 5.7). Allerdings ist hierbei noch nicht sicher, ob bei kleinen Abständen zwischen Spiegel und Atomstrahl die Gesamttransmission durch Wechselwirkungen mit dem Spiegel verringert wird. Dies würde einen symmetrischen Doppelpf vortäuschen, obwohl er in Wirklichkeit gar nicht vorhanden ist.

Bestimmung der Schwebungsperioden zwischen der *SW* und der *SW60*

Genauso wie bei der Bestimmung der Schwebungsperiode zwischen der *SW60* und der *absorptiven* stehenden Welle (Kapitel 5.1.2) lässt sich auch die Schwebungsperiode zwischen der *SW* und der *SW60* ermitteln. Wenn der Winkel am Spiegel genau 60° beträgt, sollte man wie gewünscht ein Verhältnis der Perioden von *SW* zu *SW60* von 1:2 haben. Dies würde dann eine unendlich große Schwebungsperiode bewirken. Bei einer Abweichung von diesem Verhältnis erwartet man hingegen endliche Schwebungsperioden. Die Bedingung, die innerhalb einer Schwebungsperiode erfüllt sein muss, ist:

$$n \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (5.2)$$

Dabei ist $1/\cos \alpha$ der Faktor, um den die Periodizität der *SW60* größer ist als diejenige der *SW*. Wieviele Perioden der *SW60* in eine Schwebungsperiode hineinpassen, gibt n an. Danach aufgelöst erhält man:

$$n = \frac{\cos \alpha}{1 - 2 \cos \alpha}. \quad (5.3)$$

Daraus errechnet sich die Schwebungsperiode P zu:

$$P = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{1 - 2 \cos \alpha} \right) \quad (5.4)$$

Ganz lange Schwebungsperioden können allerdings nicht gemessen werden, da die *SW60*, durch den schrägen Einfall, nur nahe am Spiegel vorhanden ist. Deshalb müssen die Messungen nach der theoretischen Vorhersage extrapoliert werden, um herauszufinden, bei welcher Frequenz am AOD die Schwebungsperiode unendlich sein müsste.

In Abbildung 5.14 sind vier Messpunkte für Schwebungsperioden bei verschiedenen

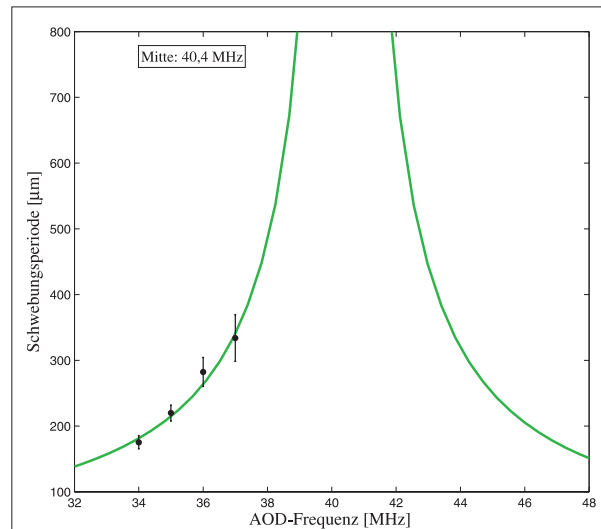


Abbildung 5.14: Theoretische Kurve für den Verlauf der Schwebungsperiode zwischen der SW und der $SW60$ in Abhängigkeit von der am AOD angelegten Frequenz mit vier Messpunkten. Bei einem Verhältnis von 2:1 zwischen den Perioden der $SW60$ und der SW sollte man einen symmetrischen Doppelpotf und eine unendlich große Schwebungsperiode bekommen. Die Messpunkte gehören zu Daten aus dem zweiten Abschnitt (wenn man den Atomstrahl von oben nach unten in vier Sektionen einteilt). Die Mitte ergibt sich hierbei zu 40,4 MHz. (1. Abschnitt: 41,2 MHz, 2. Abschnitt: 40,4 MHz, 3. Abschnitt: 40,6 MHz, 4. Abschnitt: 40,7 MHz)

AOD-Frequenzen mit der angepassten Theorie-Kurve dargestellt. Eine unendliche Schwebungsperiode und damit ein Verhältnis der Perioden von 1:2 erwartet man hierbei bei 40,4 MHz.

Messung einzelner Beugungsbilder des Doppelpotentials ohne *absorptive* stehende Welle

Ein symmetrisches Doppelpotential müsste ohne *absorptive* stehende Welle symmetrische Beugungsbilder erzeugen, da es keinen Grund gibt, weshalb bei der Beugung eine Richtung bevorzugt werden sollte, vorausgesetzt, die Einfallrichtung der stehenden Wellen steht senkrecht zum Atomstrahl (wird unter Zuhilfenahme der Braggbeugung und des Rückreflexes in die Glasfaser eingestellt). In Abbildung 5.15 sind für vier verschiedene Abschnitte des Atomstrahls (von oben nach unten) einzelne Beugungsbilder für verschiedene AOD-Winkel hintereinander dargestellt. In der unteren Reihe sind die Veränderungen der Beugungseffizienzen der ± 1 . Ordnungen zur genaueren Untersuchung einzeln aufgetragen. Bei kleinen AOD-Winkeln ist zunächst die Beugungseffizienz der -1. Ordnung höher und bei großen Winkeln dominiert die +1. Ordnung. Aus den Bildern für die ersten zwei Abschnitte erhält man mit dieser Methode aufgrund des hohen Rauschens allerdings keine eindeutige Aussage über die Symmetrie.

Untersuchung von Tunnelmessungen bei verschiedenen AOD-Frequenzen

Die schlüssigste Methode die Symmetrie der Doppeltöpfe zu bestimmen, sollte die Mes-

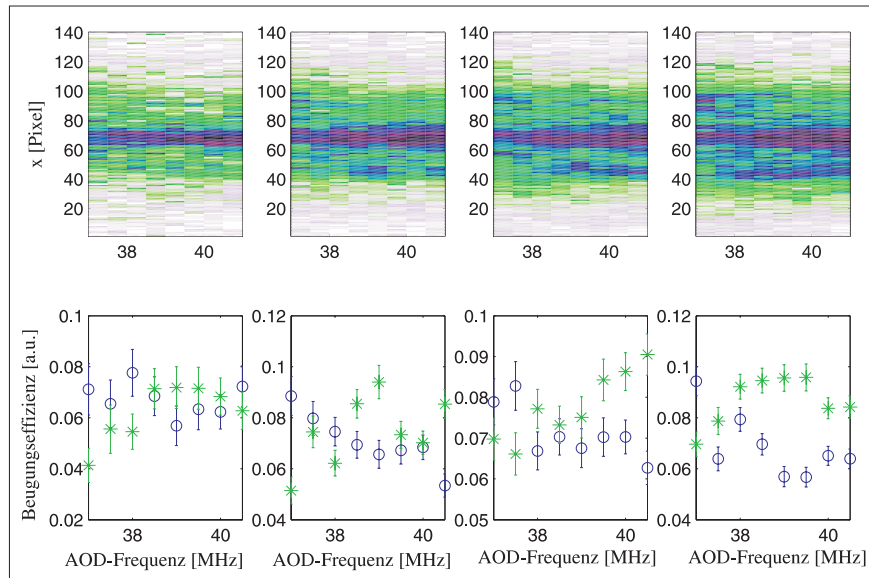


Abbildung 5.15: Die oberen vier Bilder zeigen einzelne Beugungsbilder, welche bei verschiedenen AOD-Winkeln aufgenommen wurden. Diese wurden jeweils bei unterschiedlichen Höhen des Atomstrahls ausgewertet. Die linken Bilder zeigen das Verhalten im oberen Teil des Strahls und die rechten Bilder im unteren Teil. Unten werden die Beugungseffizienzen der ± 1 -Ordnungen gezeigt, welche aus der oberen Reihe der Bilder entnommen wurden. Bei einem symmetrischen Doppelpfopf erwartet man gleiche Beugungseffizienzen der beiden Beugungsordnungen (1. Abschnitt: zu verrauscht, 2. Abschnitt: zu verrauscht, 3. Abschnitt: 38,5 MHz, 4. Abschnitt: 37,5 MHz).

sung der Tunneldynamik bei verschiedenen AOD-Frequenzen sein. Hierbei hat man allerdings das Problem, dass man bei der Variation der AOD-Frequenz nicht nur die Symmetrie des Potentials, sondern mit dem Beugungswinkel auch die Position der *SW60* auf dem Goldspiegel in *y*-Richtung ändert. Dies führt dazu, dass die Atome abhängig von der Einstellung der AOD-Frequenz eine andere Intensität der *SW60* erfahren. Es verändert sich also auch die Barrierenhöhe. Wenn man die Asymmetrie des Potentials aus der Veränderung der Tunnelfrequenz bestimmen möchte, muss dies mit berücksichtigt werden. In Abbildung 5.16 in der unteren Reihe sind die Tunnelperioden bei den vier verschiedenen Abschnitten des Atomstrahls aufgetragen. Aus Messungen der Oszillationsfrequenzen der Atome in der *SW60* mit der *absorptiven* stehenden Welle wurden die Intensitäten für drei verschiedene AOD-Winkel bestimmt (wie in Kapitel 5.1.3) und an die Messpunkte die gleiche Gauss-Kurve angepasst. Der Unterschied besteht nur in der Position. Daraus wurden theoretische Vorhersagen für die Tunnelperioden ermittelt, wobei dabei jeweils die idealen Einstellungen der AOD-Frequenz gesucht wurden, bei welchen die theoretischen Kurven am besten zu den Daten passen.

Neben der Tunnelperiode können auch andere Eigenschaften der Tunneldynamik Aufschluß über die Symmetrie der Doppeltöpfe geben. In Abbildung 5.17 a), c) und e) sind Fitparameter von Simulationen des Tunnelns mit Hilfe der Split-Step-Fourier-Methode in Abhängigkeit von der Asymmetrie dargestellt. Offset und Amplitude der beiden oszillierenden Beugungsordnungen verlaufen dabei bei den ± 1 -Beugungsordnungen gleich.

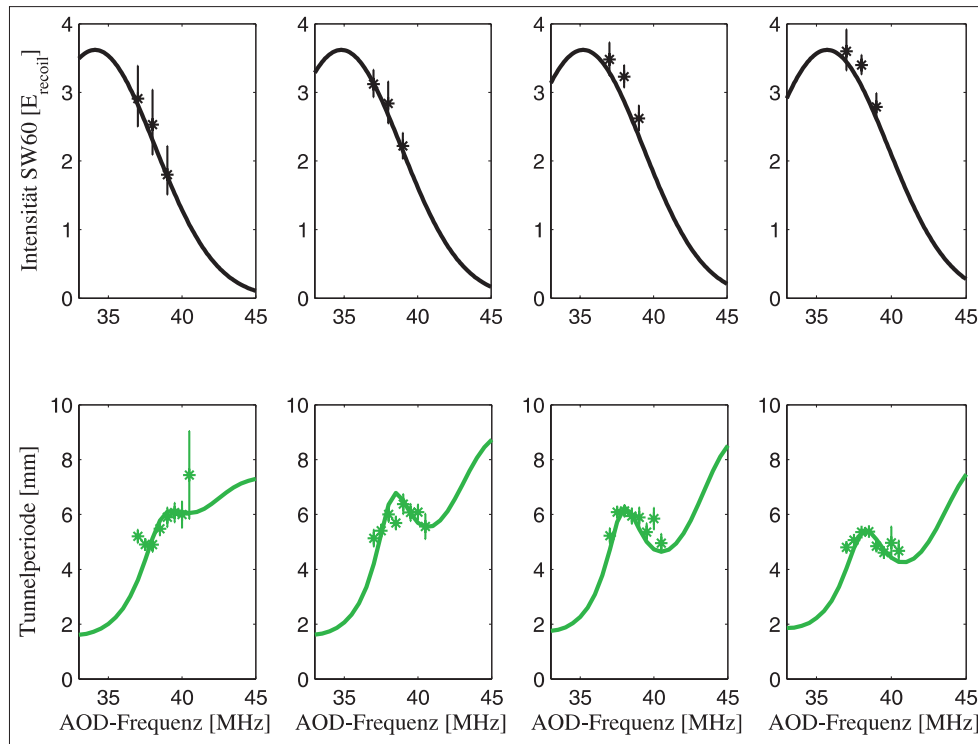


Abbildung 5.16: Bei schiefen Doppeltöpfen müssten die Tunnelperioden kleiner sein als bei symmetrischen. Beim Verändern der AOD-Frequenz ändert sich allerdings neben der Symmetrie auch die Intensität der *SW60* wie in der oberen Reihe für die vier Abschnitte des Atomstrahls zu sehen ist. In der unteren Reihe sind Tunnelperiodenmessungen bei verschiedenen AOD-Winkeln aufgetragen. Die durchgelegten theoretischen Kurven wurden aus den Intensitätsverläufen der oberen Bilder berechnet, wobei die Intensität der *SW*, welche im wesentlichen die theoretische Kurve parallel zur *y*-Achse verschiebt, so gewählt wurde, dass die Daten am besten zur Theorie passen. Als AOD-Winkel, für welche die Töpfe symmetrisch sein sollten, erhält man hieraus: 1. Abschnitt: 38,8 MHz, 2. Abschnitt: 38,3 MHz, 3. Abschnitt: 37,9 MHz, 4. Abschnitt: 38,1 MHz.

Der Unterschied zwischen der Schiefheit in die eine oder andere Richtung resultiert daher, dass bei allen AOD-Frequenzen (Asymmetrien) die *absorptive* stehende Welle gleich eingestellt war. Wenn diese z.B. so eingestellt ist, dass sie die linke Mulde entvölkert, sind die Atomzahl und somit auch die Beugungseffizienzen kleiner, wenn die linke Mulde tiefer als die rechte ist, da dann die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Atome dort höher ist. Einzig die Phasendifferenz zwischen den beiden Ordnungen kommt für die Bestimmung der Symmetrie in Frage. Hier verlaufen die beiden Beugungsordnungen bei einem symmetrischen Doppeltopf gegenphasig. In Abbildung 5.17 b), d) und f) bis i) sind die Ergebnisse der Messungen aufgetragen. Beim Offset und der Amplitude verlaufen die beiden Ordnungen nur bedingt gleich. Dass die Entwicklung des Offsets und der Amplitude nicht die gleichen Kurvenformen wie in den Simulationen ergeben kommt daher, dass während der Messungen die *Absorption* stets auf ungefähr 70% gehalten wurde. Aus den gemessenen Phasendifferenzen der beiden Beugungsordnungen kann man Aussagen über die Symmetrie machen, wobei leider das Fehlen von Messdaten bei niedrigeren AOD-Frequenzen die Auswertung erschwert.

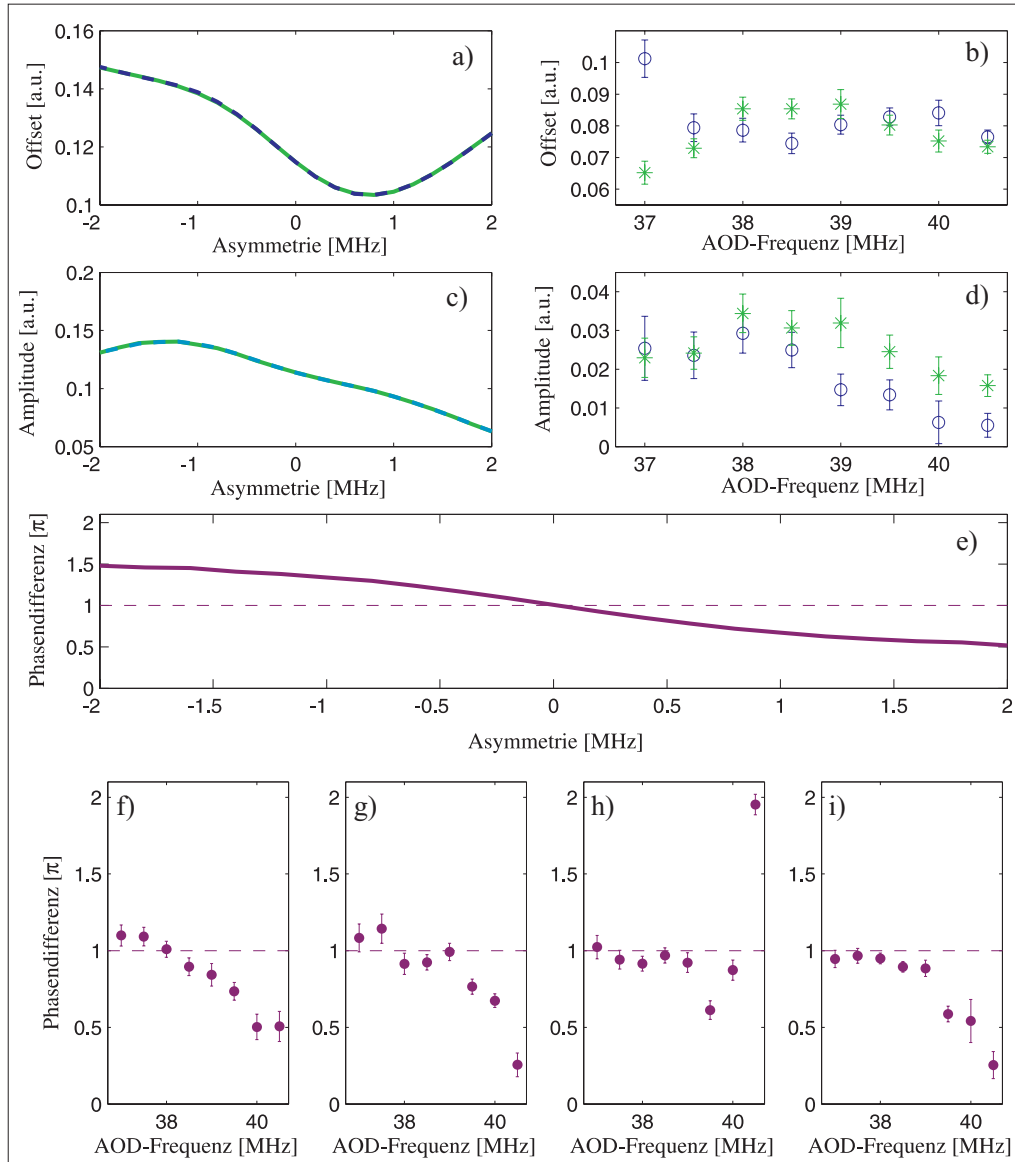


Abbildung 5.17: a), c) und e): Simulationen mit Hilfe der Split-Step-Methode zur Untersuchung der Veränderung des Offsets, der Amplitude und der Phasendifferenz der ± 1 . Beugungsordnungen bei Variation der Symmetrie für einen Doppelpotf mit $V_{SW} = 2, 35 E_{recoil}$ und $V_{SW60} = 2, 25 E_{recoil}$. In b), d) und f) bis i) sind die Abhängigkeiten der gleichen Parameter in Abhängigkeit von der AOD-Frequenz für gemessene Daten dargestellt. Beim Offset und der Amplitude könnte man zwar Abhängigkeiten von der Symmetrie in die gemessenen Daten hineininterpretieren, die Simulationen geben hierzu allerdings keinen Anlaß. Bei der Abhängigkeit der Phase von der Symmetrie erwartet man bei symmetrischen Doppelpotfen eine Phasendifferenz zwischen den beiden Ordnungen von π . Leider existieren keine Messdaten bei niedrigeren AOD-Frequenzen, was die Auswertung erschwert: 1. Abschnitt: 38 MHz, 2. Abschnitt: 38 MHz, 3. Abschnitt: 37 MHz, 4. Abschnitt: 37 MHz.

Abschnitt	Schwebungsperioden	Einzelbilder	Tunnelperioden	Phase
1.	$(41,2 \pm 0,7)$ MHz	-	$(38,8 \pm 1)$ MHz	$(38,0 \pm 0,5)$ MHz
2.	$(40,4 \pm 0,5)$ MHz	-	$(38,3 \pm 0,6)$ MHz	$(38,0 \pm 1,5)$ MHz
3.	$(40,6 \pm 0,5)$ MHz	$(38,5 \pm 0,7)$ MHz	$(37,9 \pm 0,6)$ MHz	$(37,0 \pm 2)$ MHz
4.	$(40,7 \pm 0,7)$ MHz	$(37,5 \pm 0,5)$ MHz	$(38,1 \pm 0,6)$ MHz	$(37,0 \pm 1,5)$ MHz

Die dargestellten Messdaten der Einzelbilder und der Tunnelmessungen wurden am gleichen Tag (14.06.2006) aufgenommen. Die mit diesen drei Methoden ermittelten idealen AOD-Frequenzen liegen sehr nahe beieinander. Die Messungen der Schwebungsfrequenzen stammen vom 21.06.2006. Dies könnte eine Ursache dafür sein, dass die idealen AOD-Frequenzen, die man mittels der Messung der Schwebungsperiode ermittelt, durchgehend höher sind als jene, die mit Hilfe von Einzelbildern oder Tunnelperioden ermittelt wurden. Es hat sich zwar gezeigt, dass sich selbst durch starkes Rütteln am Aufbau die Schwebungsperioden nicht auffallend verändern, dennoch könnten z.B. Temperaturschwankungen die ideale AOD-Einstellung im Laufe der Zeit verändern.

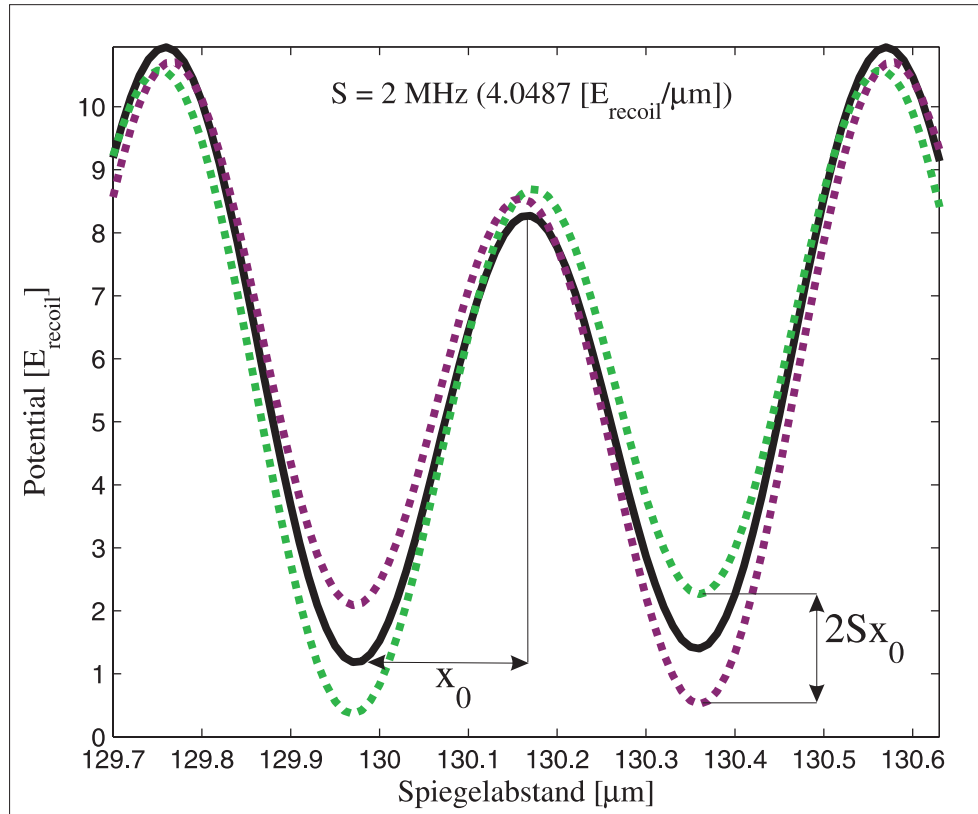


Abbildung 5.18: Bestimmung der Treibeplitude S an einem Doppelpotf mit einer Schiefeit von $0,23 \text{ MHz}$, $V_{SW} = 8,27 E_{recoil}$, $V_{SW60} = 2,68 E_{recoil}$ und einer Treibeplitude von 2 MHz am AOD wie bei den Messungen bei konstanter Treibeplitude. Die Amplitude S berechnet sich aus dem Quotienten des Hubes in einer Mulde und dem Abstand x_0 zwischen der Barriere und der Mulde.

5.2 Tunneln mit Antrieb

Um das Tunnelsystem zu treiben wird die AOD-Frequenz periodisch moduliert. Die Frequenz dieser Modulation wiederum ergibt die Frequenz, mit der an den Töpfen *gewackelt* wird. Die Amplitude S des Treibens ist durch die Modulationsamplitude der AOD-Frequenz gegeben. Diese wird zur Auswertung in $E_{recoil}/\mu\text{m}$ umgerechnet (Abbildung 5.18). Während des Durchflugs eines Atoms durch das Potential spürt dieses zunächst bei der adiabatischen Präparation den langsam tiefer werdenden Doppelpotf, welcher periodisch mit konstanter Frequenz seine Symmetrie ändert. Da dieser Bereich ungefähr $2,5 \text{ cm}$ lang ist, benötigt ein Atom mit einer Geschwindigkeit von 28 m/s zum Durchfliegen $0,9 \text{ ms}$. Dies bedeutet, dass das Atom während der Präparation bei einer Treibefrequenz von 10 kHz ungefähr 9 Oszillationen erfährt. Die zu beobachtende Wechselwirkungsstrecke nach dem Passieren der *absorptiven* stehenden Welle beträgt weniger als 2 cm , was einer Beobachtungszeit von nur $0,7 \text{ ms}$ entspricht. In den hier vorgestellten Messungen zum getriebenen Tunneln wurde zum einen die Frequenz des Treibens und zum anderen die Treibeplitude variiert. Die mittlere Frequenz des AODs, welche die Symmetrie des Doppelpotfes bestimmt, wurde auf $39,7 \text{ MHz}$ eingestellt. Um zu gewährleisten,

dass das Grundzustandsdublett energetisch unterhalb der Barriere des Doppelpotpfes liegt und somit die Atome die Barriere nicht klassisch überwinden können wurde die DC-AOD-Amplitude so eingestellt (110 mV_{pp}), dass 58% der Gesamtintensität an die SW entfällt. In Abbildung 5.19 sind die Absolutquadrate der energetisch tiefsten Eigenfunktionen des Doppelpotpfentials dargestellt. Das Grundzustandsdublett liegt deutlich unterhalb der Barriere. Mit Hilfe von Oszillationsmessungen der SW und der SW60 wurde die Potentialtiefe der SW auf $8,27 E_{recoil}$ und die Tiefe der SW60 auf $2,68 E_{recoil}$ für den untersten Teil des Atomstrahls bestimmt. Da das Auslesen der Tunnelfrequenzen der oberen Abschnitte aufgrund der kurzen Beobachtungszeit und des recht hohen Rauschens nur sehr eingeschränkt möglich war, werden im folgenden nur Ergebnisse des vierten Abschnittes präsentiert. Zum Auswerten der Messdaten wurden die Beugungseffizienzen der +1. und -1. Beugungsordnung subtrahiert. Dies erleichtert das Fitten, bei welchem neben der Frequenz und der relativen Höhe der Oszillationen auch die Amplitude automatisch angepasst wurde. Da bei einigen Messungen zwei Frequenzen zu erkennen sind, war in solchen Fällen die angepasste Fit-Funktion eine Summe aus zwei Sinus-Funktionen mit unterschiedlichen Amplituden und Frequenzen.

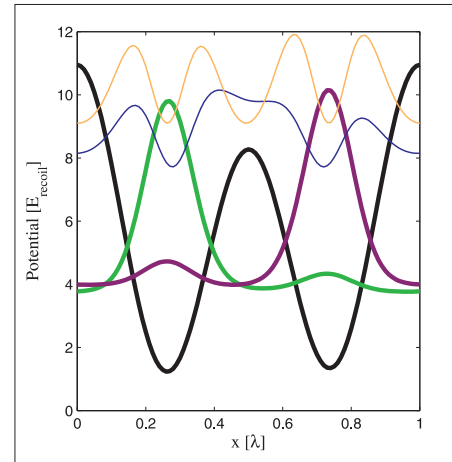


Abbildung 5.19: Darstellung des Doppelpotpfes mit den Absolutquadraten der vier tiefsten Eigenfunktionen (Schiefheit: $0,23 \text{ MHz}$, $V_{SW} = 8,27 E_{recoil}$, $V_{SW60} = 2,68 E_{recoil}$).

5.2.1 Treibefrequenz

In Abbildung 5.20 sind in blau die gemessenen Tunnelaufspaltungen gegen die jeweils eingestellten Treibefrequenzen aufgetragen. Je größer die Markierung ist, desto höher war bei der Messung zweier Frequenzen die Amplitude der Oszillation. In unterschiedlichen Graustufen sind die Ergebnisse einer Berechnung mit Hilfe der Floquet-Methode zu erkennen. Hierbei wurde eine Schiefheit der Doppeltöpfe von $0,23 \text{ MHz}$ angenommen. Diese wurde aus der Auswertung der Messungen mit und ohne Antrieb ermittelt. Die grüne Linie markiert die Erwartung der Zwei-Moden-Näherung. Die Daten passen nur eingeschränkt zu den theoretischen Vorhersagen. Es besteht der Verdacht, dass sich während der Messung dieser Daten irgendetwas am System geändert hat, da hauptsächlich die cyan-farbenen (hell) Punkte, welche nach den blauen (dunkel) gemessen wurden von der Theorie abweichen. Das Problem ist, dass diese Messungen aufgrund der niedrigen zur Verfügung stehenden Atomzahl über einen Zeitraum von 18 Stunden aufgenommen wurden. Ein höherer Atomfluss würde die Aufnahmezeit eines Beugungsbildes verringern, was die Empfindlichkeit der Messungen auf zeitliche Veränderungen mindern würde. Außerdem zeigt die Simulation, dass es interessant wäre die Tunneldynamik bei höheren Treibefrequenzen in der Nähe der Fundamentalresonanz experimentell zu untersuchen.

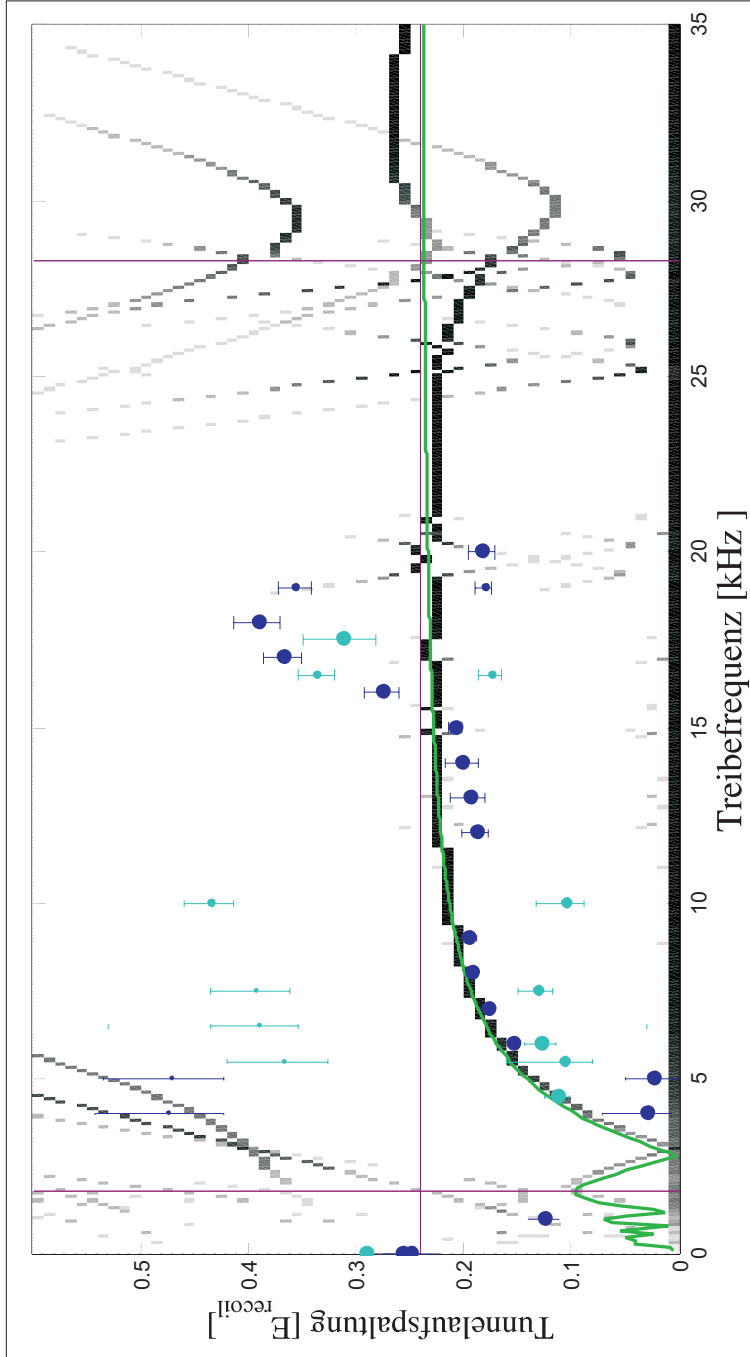


Abbildung 5.20: In den verschiedenen Graustufen sind die Ergebnisse der Berechnung mit Hilfe der Floquet-Matrix-Methode dargestellt. Je dunkler desto stärker sollte diese Tunnelaufspaltung zur Dynamik beitragen. Grün: Simulation mit der Zwei-Moden-Näherung (Schiefheit: $0,23 \text{ MHz}$, $V_{SW} = 8,27 E_{recoil}$ und $V_{SW60} = 2,68 E_{recoil}$). Die lilafarbenen durchgezogenen Linien markieren die Tunnelaufspaltung des ungetriebenen Systems sowie die Frequenzen, welche der Tunnelaufspaltung des Grundzustandsdubletts und der Aufspaltung zwischen dem 2. und 3. Zustand entspricht. In dunkelblau (dunkel); Messdaten der Tunnelaufspaltungen bei verschiedenen Treibfrequenzen. Cyan-farbig (hell) sind die Messpunkte eingezeichnet, welche erst nach den dunkelblauen (dunkel) aufgenommen wurden. Da sie nicht so gut zur theoretischen Vorhersage passen, besteht der Verdacht, dass sich im Laufe der Zeit etwas am System geändert hat.

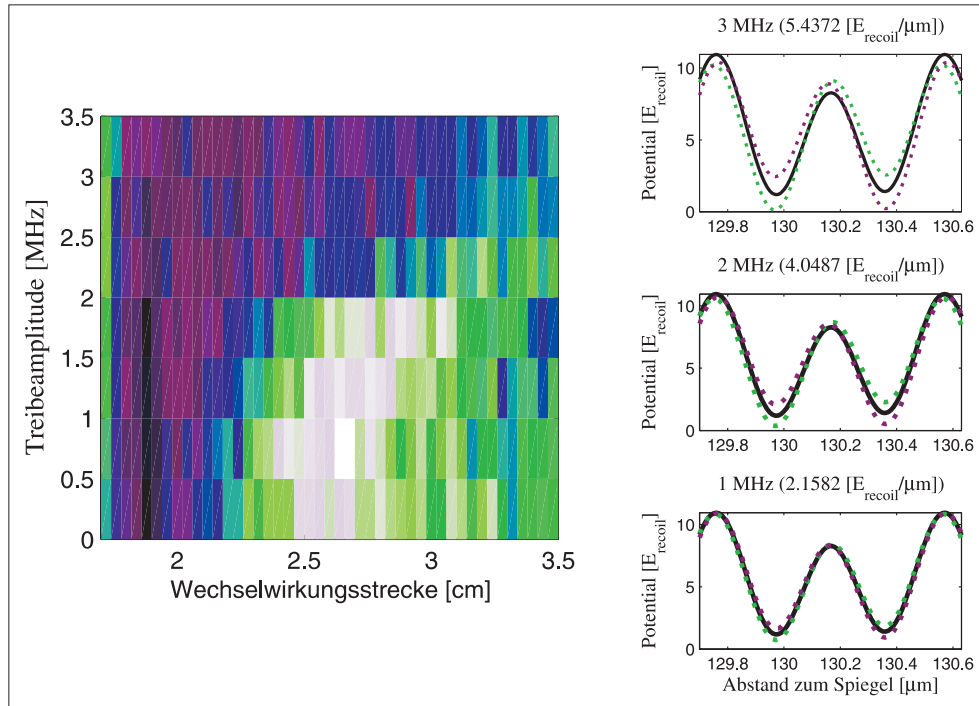


Abbildung 5.21: Im linken Bild sind die Beugungseffizienzen der -1. Ordnung bei Treibeamplituden von 0 bis 3 MHz aufgetragen. Deutlich ist ein Verlangsamen der Tunneldynamik bei Erhöhung der Treibeamplitude zu erkennen. Im Gegensatz zu den Messungen bei verschiedenen Treibefrequenzen haben diese Messungen weniger als drei Stunden gedauert. Rechts sind die Doppeltöpfe bei 1 MHz, 2 MHz und 3 MHz mit den maximalen Auslenkungen dargestellt.

5.2.2 Treibeamplitude

Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Tunnelfrequenz von der Treibeamplitude wurden bei einer Treibefrequenz von 6 kHz Messungen in Schritten von 0,5 MHz zwischen 0 und 3 MHz aufgenommen. Größere Amplituden würden eine große Veränderung der Intensität der $SW60$ während des Treibens verursachen. Umgerechnet in $E_{recoil}/\mu\text{m}$ würden sich ohnehin keine wesentlich größeren Amplituden ergeben. Vielmehr würde der Doppeltopf während einer Schwingungsamplitude am AOD mehr als ein ganzes Mal wackeln, da die Phasenverschiebung so groß werden würde, dass der Doppeltopf in die andere Richtung schieb wird. Bei der Entwicklung der Beugungseffizienzen in Abbildung 5.21 ist deutlich zu erkennen, dass die Tunneldynamik bei höheren Treibeamplituden langsamer wird. In Abbildung 5.22 sind die Messpunkte zum Vergleich mit den Berechnungen der Floquet-Methode und der Zwei-Zustands-Näherung aufgetragen.

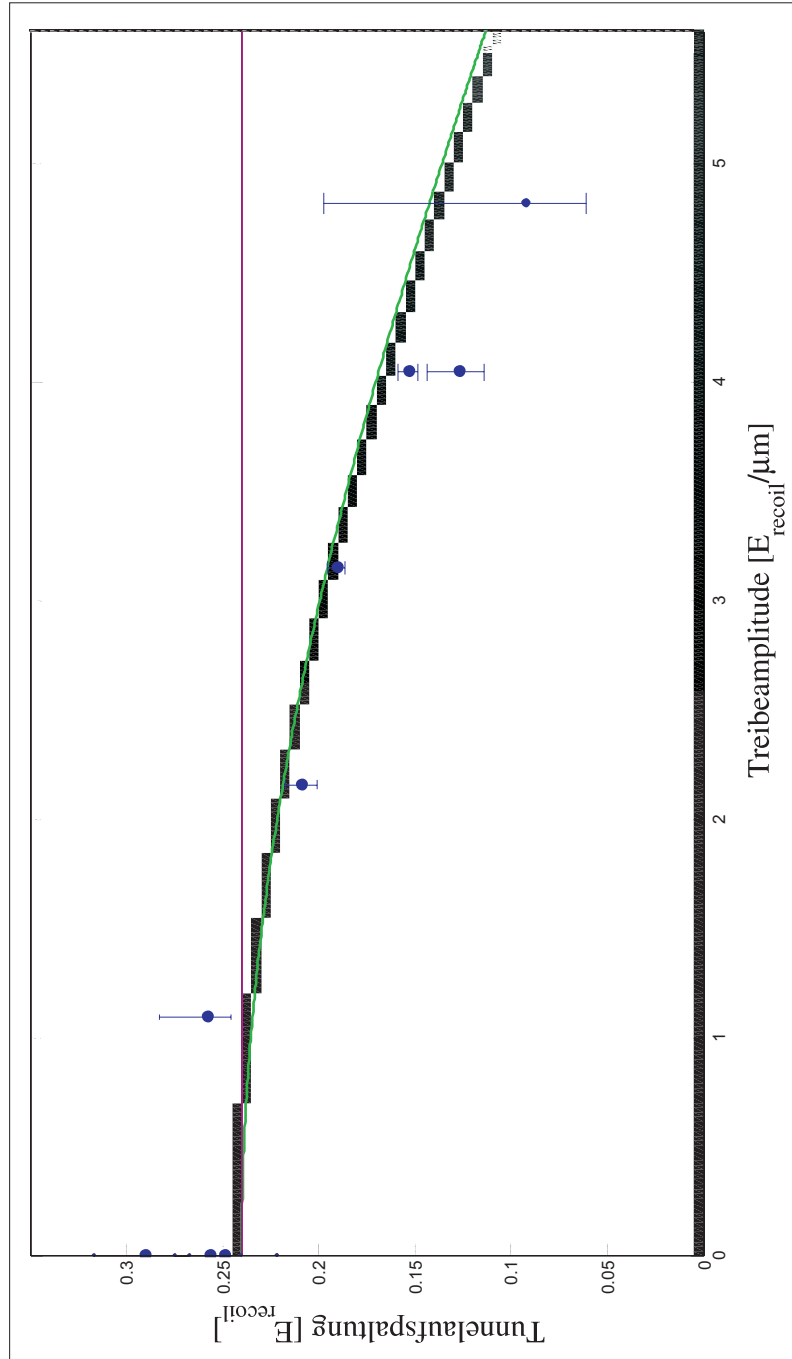


Abbildung 5-22: Vergleich der Messdaten bei Variation der Treibeamplitude mit den Berechnungen nach der Floquet-Methode und der Zweizustands-Näherung für die gleichen Potentialparameter wie bei der Messung bei verschiedenen Treibefrequenzen.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Im Verlauf des letzten Jahres konnte nach dem Austauschen der MCPs, was die Zahl der detektierten metastabilen Atome erhöhte, und dem Einbau eines neuen schnelleren Schrittmotors zur Variation der Wechselwirkungstrecke das Tunneln einzelner Argonatome experimentell untersucht werden.

Das Tunnelsystem besteht dabei aus einem periodischen Doppeltopfpotential, welches durch die Überlagerung der Dipolpotentiale zweier stehender Wellen mit den Perioden λ und $\lambda/2$ entsteht. Da bei der Einzel-Atom-Detektion die Anregungsenergie der metastabilen Atome ausgenutzt wird, kann die Anfangspräparation der Atome in nur einer Mulde des Potentials durch Laserlicht, welches resonant mit einem offenen Übergang ist, erfolgen.

Im Rahmen der erstmaligen systematischen Untersuchung des Tunnelns einzelner Argonatome konnte die Abhängigkeit des Tunnelprozesses von verschiedenen Parametern getestet werden:

So wurde untersucht, wie sich das Tunneln verändert, wenn man die Atome in der einen Mulde oder, durch Veränderung des Abstands zwischen Atomstrahl und der Goldspiegel-einheit, in der anderen Mulde präpariert. Desweiteren konnte die Abhängigkeit der Tunnelfrequenz von der Intensität der beiden stehenden Wellen, also von der Potentialtiefe des Doppeltopfes, gemessen werden. Zur Entwicklung verschiedener Symmetrisierungsmethoden wurden Tunnelmessungen bei verschiedenen großen Asymmetrien durchgeführt. Nach der Untersuchung des Tunnelns von Atomen im statischen Doppeltopfpotential haben wir begonnen das System zu treiben, indem wir durch eine Frequenzmodulation der Spannung am AOD den Einfallswinkel der *SW60* periodisch verändert haben. Dadurch ergibt sich eine oszillierende Änderung der Periode der *SW60*, was bewirkt, dass abwechselnd eine der beiden Mulden tiefer ist als im symmetrischen Fall. Wir haben erstmals den Einfluss des Treibens auf die Tunnelfrequenz durch Variation der Treibefrequenz und der Treibeamplitude gemessen. Dabei konnte mit einer signifikanten Verlangsamung des Tunnelprozesses ein erster Hinweis auf *AC-Control* beobachtet werden.

Hierbei hat sich die Floquet-Matrix-Methode als sehr hilfreich erwiesen, wodurch wir in der Lage sind in relativ kurzer Zeit zu berechnen, wie sich die Tunnelfrequenz als Funktion der Treibe- und Potentialparameter verändert. Außerdem haben wir dadurch ein tieferes Verständnis der Theorie von periodisch getriebenen Systemen erhalten. Durch den Antrieb geht zwar die Symmetrie des ungestörten Systems verloren, aber da die Störung periodisch ist, ergeben sich neue Symmetrien [25]. Es existieren Floquetzustände,

die Eigenzustände des getriebenen Potentials, und dazugehörige Quasienergien. Die Tunnelfrequenz wird bestimmt von den Abständen dieser Quasienergien im Parameterraum, welcher von der Treibfrequenz und der Treibeamplitude aufgespannt wird. Wie stark solch eine Energiedifferenz zur Dynamik beiträgt hängt ab vom Überlapp der Anfangswellenfunktion mit den beiden jeweiligen Floquetzuständen.

Ein großer Nachteil unseres Versuchsaufbaus ist, dass nur recht kurze Wechselwirkungszeiten von nicht einmal einer Millisekunde zu beobachten sind. Somit können keine sehr langsamen Tunnelperioden gemessen werden. Außerdem sollten die Treibfrequenzen wenigstens so hoch sein, dass die Atome einigen Oszillationsperioden ausgesetzt sind. Das sehr interessante Phänomen des *coherent destruction of tunneling* kann somit nicht nachgewiesen werden, da hierbei eine unendlich lange *Tunnelperiode* auftritt und die Treibfrequenzen, bei welchen dies zu beobachten wäre, für unsere Doppeltopfpotentiale im Bereich von nur wenigen kHz liegen. Daneben würde in unserem Aufbau vor allem ein höherer Atomfluss das Messen erleichtern, da dann zeitliche Veränderungen der Justage nicht mehr so sehr die Ergebnisse beeinträchtigen würden. Um systematische Messungen zur Optimierung der Quelle durchführen zu können soll eine magnetooptische Falle in der Verlängerung des Zeeman-Slowers aufgebaut werden.

Hierbei gewonnene Erkenntnisse können auch hilfreich beim Aufbau eines neuen Experiments zur Altersbestimmung von Wasser sein. Dabei soll mittels der Methode der *Atom Trap Trace Analysis* (ATTA) [26] das Verhältnis zwischen ^{39}Ar und ^{40}Ar in einer Wasserprobe gemessen werden.

Mit einem größeren Atomfluss sollten sich Messungen zum getriebenen Tunneln schneller als bisher durchführen lassen. Dabei soll nicht nur wie in den hier beschriebenen Messungen die Tunnelndynamik bei relativ kleinen Frequenzen gemessen werden, wo im wesentlichen ein Sinken der Tunnelfrequenz erzielt werden konnte. Bei höheren Frequenzen, in der Nähe der Fundamentaresonanz, werden ebenfalls interessante Effekte erwartet. Neben der beobachteten Verlangsamung des Tunnelns könnte es uns bei diesen Treibfrequenzen auch gelingen, den Tunnelprozess zu beschleunigen, was uns unserem Ziel, der Kontrolle dieses bedeutenden Quantenphänomens, näher bringen würde. Spannend könnte auch sein, neben dem sinus-förmigen Treiben Messungen mit anderen Antrieben in Rechtecks- oder Dreiecksform durchzuführen [27]. Neben Transporteigenschaften in getriebenen Quanten-*Ratchets* [28] wäre es auch interessant sich mit dem Gebiet des Quantenchaos zu beschäftigen um mit Hilfe unserer Atomstrahlapparatur quantenchaotische Phänomene, wie beispielsweise *chaos-assisted tunneling* [29] zu untersuchen.

Anhang A

Atomstrahlapparatur

Um die beschriebenen Messungen überhaupt durchführen zu können, benötigt man einen kohärenten Strahl langsamer Atome. Der Fluss der Atome sollte möglichst hoch sein, damit zur Aufnahme aussagekräftiger Beugungsbilder nicht über zu lange Zeit integriert werden muss. Unerlässlich ist hierfür ein gutes Vakuum und eine effiziente Atomquelle. Mit Hilfe von Laserkühlmechanismen wird der Atomstrahl zunächst kollimiert, dann unter Ausnutzung der Zeeman-Aufspaltung der Atome im Magnetfeld abgebremst und mit einem Funnel kollimiert und zur Experimentierkammer geführt. Im Folgenden werden die wichtigsten Komponenten der Atomstrahlapparatur (siehe Abbildung A.1 und A.2) kurz erklärt. Detailliertere Informationen hierzu finden sich in den Arbeiten [19], [18], [30], [24], [31].

Vakuum

Um Stöße zwischen den Argonatomen und in der Apparatur befindlichem Hintergrundgas zu unterbinden ist die gesamte Apparatur evakuiert. Der Bereich der Argon-Quelle und der Kollimation wird auf Hochvakuum gehalten, die Bereiche in denen der Atomstrahl abgebremst und die eigentlichen Experimente durchgeführt werden auf Ultrahochvakuum.

Den vordersten Teil der Vakuumapparatur direkt an der Quelle evakuiert eine Öldiffusionspumpe und eine zweistufige Drehschieberpumpe als Vorpumpe. Da bei Betrieb der Quelle ständig Argon nachströmt, beträgt der Druck hier in der Kammer $2 \cdot 10^{-5}$ mbar. Dieser Teil ist mittels einer differentiellen Pumpstufe vom Bereich, in dem die Atome kollimiert werden getrennt. Dieser Abschnitt wird ebenfalls mit einer Öldiffusionspumpe auf $2 \cdot 10^{-6}$ mbar (während dem Betrieb) evakuiert. Diese Öldiffusionspumpe besitzt ein Reservoirgefäß, welches mit flüssigem Stickstoff gefüllt ist, um das Pumpenöl zu kondensieren, damit es nicht in die Vakuumapparatur gelangen kann. Mit einem von Hand bedienbaren Schieberventil können die Bereiche der Quelle und der Kollimation vom Ultrahochvakuumbereich getrennt werden, so dass Wartungsarbeiten an der Quelle und Abschalten der Öldiffusionspumpen möglich sind ohne das Ultrahochvakuum zu zerstören.

Das Ultrahochvakuum mit $2 \cdot 10^{-8}$ mbar wird durch zwei magnetgelagerte Turbomolekularpumpen in Kombination mit einer Turbodrumpumpe und einer Drehschieberpumpe als Vorpumpe erzeugt. Dieser Bereich wird nur zu Wartungsarbeiten belüftet, da die

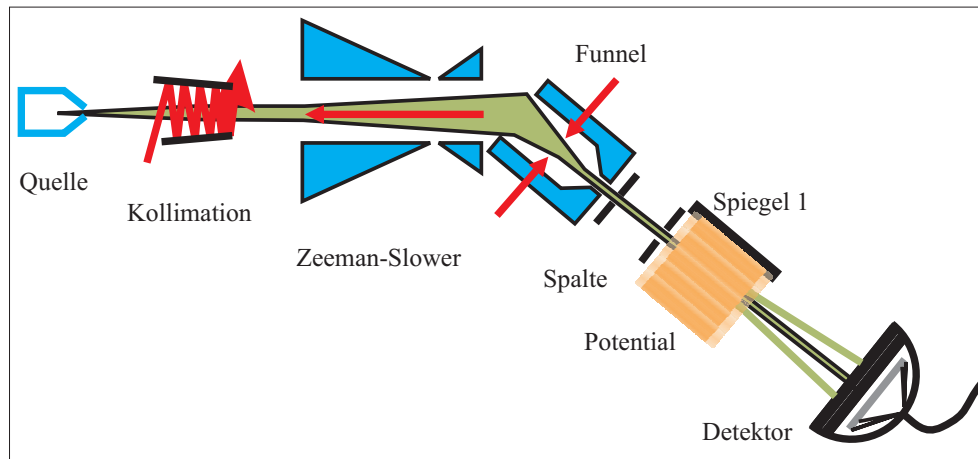


Abbildung A.1: Schema der Atomstrahlapparatur. Die Argonatome strömen aus der Quelle aus und werden in einen metastabilen Zustand gebracht. Beim Passieren der Kollimation wird ihre transversale Geschwindigkeit verringert, damit sie im Zeeman-Slower optimal in longitudinaler Richtung abgebremst werden können. In einem Funnel werden die Atome komprimiert und die Richtung um 42° verändert. Mithilfe zweier Spalte wird die Kohärenz der Atome hergestellt. Nach dem Durchlaufen des Lichtpotentials werden die Atome mittels einer MCP einzeln räumlich detektiert.

Wiederherstellung des Ultrahochvakuums ein paar Tage dauert.

Quelle

Das verwendete Argon wird aus einer gewöhnlichen Gasflasche zur Quelle geleitet, die mit flüssigem Stickstoff gekühlt wird. Die Kühlung bewirkt, dass die Atome schon eine geringere Anfangsgeschwindigkeit haben, was den Fluss der metastabilen Atome durch die Experimentierkammer deutlich erhöht. In der gekühlten Quelle befindet sich ein Glasröhrchen, in welches Argon einströmen kann und in dessen Innerem sich vier Schweißdrähte befinden, welche für die Gasentladung als Kathoden (ca. $U_1 = -300\text{ V}$, $I_1 = 6,6\text{ mA}$) dienen. Als Anode dient ein Metallplättchen, welches gleichzeitig als Deckel der Quelle dient und geerdet ist. In der Mitte des Plättchens befindet sich ein kleines Loch, durch welches die Atome fliegen können. Dahinter kommt die differentielle Pumpstufe, eine Metallplatte mit Loch, welche mit ca. $U_2 = 140\text{ V}$ und $I_1 = 9,6\text{ mA}$ als weitere Anode dient. Durch dieses hohe elektrische Feld wird eine Gasentladung gezündet, bei welcher Argonionen und freie Elektronen entstehen. Die Elektronen werden zu den Anoden beschleunigt. Dabei kommt es zu Stößen mit Argonatomen, welche dadurch angeregt werden. Durch Relaxation gehen sie in die metastabilen Zustände $1s_3$ und $1s_5$ oder unter Aussendung von UV-Photonen in den Grundzustand über. Die zweite Anode dient dazu die Strecke, auf welcher die Argonatome mit den Elektronen wechselwirken können, zu verlängern.

Kollimation

Wenn die Atome aus dem ungefähr 1mm großen Loch der differentiellen Pumpstufe mit einer mittleren Geschwindigkeit von ungefähr 300 m/s austreten, besitzen sie zwar

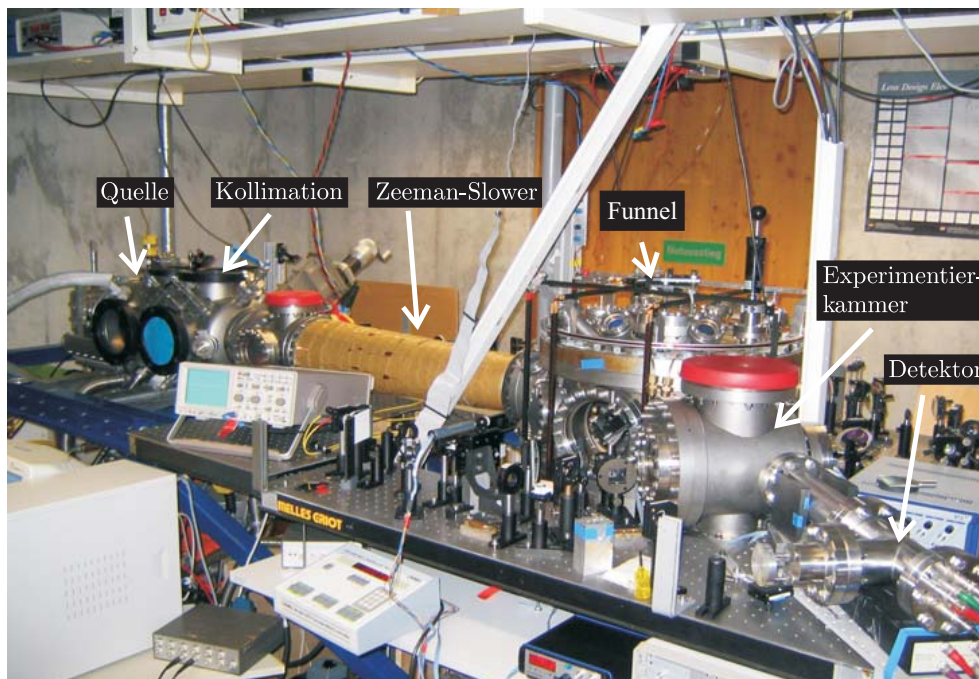


Abbildung A.2: Bild der Atomstrahlapparatur [19] mit den optischen Komponenten zur Justierung der drei stehenden Wellen, SW , $SW60$ und *absorptiver* stehender Welle im Vordergrund. Die Aufbereitung der Laserstrahlen für die Kollimation, den Zeeman-Slower und den Funnel befindet sich verdeckt hinter der Vakkumapparatur.

eine Vorzugsrichtung, aber der Strahl ist sehr divergent, was den Fluß der Atome durch die Experimentierkammer recht klein halten würde. Um die Divergenz des Strahls zu verringern, bedient man sich der spontanen Streukraft, welche darauf beruht, dass resonantes Licht von einem Atom aufgenommen wird und es dabei einen Impuls $\hbar k$ in Richtung des aufgenommenen Photons erhält. Bei der darauf folgenden spontanen Emission gibt das Atom ein Photon ungerichtet ab. Dadurch erfährt das Atom eine Netto-Kraft in Richtung des Laserstrahls [32]. Die zweidimensionale Kollimation besteht aus vier gegenüberliegenden Spiegeln, die paarweise nach hinten leicht zueinander gekippt sind. Wenn zwischen solch einem Paar Spiegeln ein Laserstrahl, welcher resonant mit den Atomen ist, hin- und herreflektiert wird, wird die transversale Geschwindigkeit der Atome verringert. Dadurch, dass die Spiegel leicht zueinander verkippt sind, gleicht man die durch immer kleiner werdende transversale Geschwindigkeit verringerte Dopplerverschiebung wieder aus.

Zeeman-Slower

Der Atomstrahl sollte eine möglichst geringe longitudinale Geschwindigkeit haben, da die Länge des Doppeltopfpotentials begrenzt ist und deshalb bei langsamen Atomen die Tunneldynamik über eine längere Zeit beobachtet werden kann. Außerdem haben langsame Atome auch eine größere De Broglie-Wellenlänge, wodurch die Beugungsordnungen auf dem Detektor im Fernfeld weiter voneinander entfernt und somit besser zu beobach-

ten sind. Auch die longitudinale Geschwindigkeit wird unter Ausnutzung der Streukraft verringert. Hierbei wird ein rotverstimmtter Laserstrahl entgegen der Flugrichtung der Atome eingestrahlt. Um zu verhindern, dass die Atome beim Abbremsen nicht mehr mit dem Licht resonant sind, wird mit Hilfe zweier Spulen ein Magnetfeldgradient zwischen 282 G und -114 G erzeugt. Das Magnetfeld ändert sich entlang der Flugstrecke so, dass die Dopplerverschiebung immer durch die Rotverstimmung und die Zeeman-Aufspaltung kompensiert wird. Man verwendet dabei zwei Magnetfelder, die entgegengesetzt gerichtet sind, damit man kein allzu großes Magnetfeld anlegen muss, was dann wiederum das Experiment beeinflussen könnte. Die Höhe des Maximums des zweiten Magnetfeldes bestimmt die Endgeschwindigkeit. Der Zeeman-Slower ist mehr als 1 m lang, weil der Magnetfeldgradient nicht zu stark sein darf, da ansonsten die innere Dynamik der Atome nicht folgen kann und die Atome außer Resonanz geraten würden.

Funnel

Um zum Detektor zu gelangen müssen die Atome die Richtung ändern, da der Teil der Maschine, welcher die Experimentierkammer und die Detektion enthält zum Zeeman-Slower um 42° abgelenkt ist. Diese Konstruktion hat den Vorteil, dass Atome, welche zu schnell sind, sich nicht im Zustand $1s_5$ befinden oder UV-Photonen, welche aus der Gasentladung stammen, geradeaus weiterfliegen, also nicht detektiert werden und die Messung verfälschen. Um die Richtung der Atome, mit denen experimentiert werden soll, zu ändern und um die Kompression zu verbessern, wird ein Funnel benutzt. In einem Funnel, welches auf dem Prinzip der magneto-optischen Falle beruht, werden die Atome als optische Melasse mittels der Streukraft im Impulsraum komprimiert. Durch Anlegen eines inhomogenen magnetischen Feldes werden die Atome zusätzlich im Ortsraum in einen Bereich, in dem das Magnetfeld einen Nulldurchgang hat, gezwungen. Die Magnetfeldgradienten werden dabei von acht Permanentmagneten erzeugt.

Nach dem Funnel dienen die beiden Spalte der weiteren Kollimation des Atomstrahls. Direkt nach der Experimentierkammer sind zwei Permanentmagnete außerhalb der Vakuumapparatur angebracht. Diese Magnete bewirken, dass alle Atome, welche nicht im Zustand $m_j = 0$ sind aufgrund des Stern-Gerlach-Effekts so stark abgelenkt werden, dass sie nicht mehr von der MCP erfasst und detektiert werden. Ohne diese starken Magnete würden Atome mit einer Magnetquantenzahl ungleich Null durch magnetische Streufelder nur leicht abgelenkt werden, so dass die Qualität der Beugungsbilder darunter leiden würde. Der Nachteil hiervon ist, dass dadurch nur 1/5 der Atome am Detektor (Kapitel 3.3.2) ankommen.

Lasersystem

Das Licht für alle gerade beschriebenen Schritte der Atomstrahlpräparation wird von einem Tapered-Amplifier erzeugt. Ein kleiner Anteil der Intensität wird nach Erhöhung der Frequenz mittels zweier akkustooptischer Modulatoren (AOMs) um 18,5 MHz zu einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie geleitet, um frequenzstabilisiertes Licht, welches im Hauptstrahl -18,5 MHz rotverstimmt ist, zu erhalten. Dieses Licht wird durch einen weiteren AOM gebeugt, wobei dessen nullte Beugungsordnung zum Funnel geführt

wird. Die erste Ordnung passiert einen weiteren AOM. Man erhält dann einen Strahl in der nullten Ordnung, welcher um -160 MHz rotverstimmt ist, und für den Zeemann-Slower verwendet wird. Die erste Ordnung ist um 6 MHz blauverstimmt, wirkt allerdings in der Kollimation, dadurch dass sich die Atome von den Laserstrahlen in longitudinaler Richtung wegbewegen, trotzdem transversal kühlend.

Das Licht der *absorptiven* stehenden Welle mit 801,702 nm wird von einem Diodenlaser erzeugt und ebenfalls mittels dopplerfreier Sättigungsspektroskopie resonant gehalten und mit einer Glasfaser zur Experimentierkammer geführt.

Der Strahl für die *SW* und die *SW60* wird von einem Titan-Saphir-Laser geliefert, welcher mit einem frequenzverdoppelten Diodenlaser gepumpt wird.

Literaturverzeichnis

- [1] F. Hund. Zur Deutung der Molekelspektren. III. *Zeitschrift für Physik*, 43:805, 1927.
- [2] M.L. de Broglie. A Tentative Theory of Light Quanta. *Phil. Mag.*, 47:446, 1924.
- [3] G. Binnig, H. Rohrer, Ch. Gerber, and E. Weibel. Tunneling through a controllable vacuum gap. *Applied Physics Letters*, 2:178, 1981.
- [4] B. D. Josephson. Possible new effects in superconducting tunneling. *Physics Letters*, 1:251, 1962.
- [5] A. M. Clark and N. A. Miller. Cooling of bulk by electron-tunneling refrigerators. *Applied Physics Letters*, 86:173508, 2005.
- [6] W. Demtröder. *Experimentalphysik 3*. Springer Verlag, 2nd edition, 2000.
- [7] P. Ball. By chance, or by design? *Nature*, 431:396, 2004.
- [8] F. Grossmann, T. Dittrich, P. Jung, and P. Hänggi. Coherent Destruction of Tunneling. *Phys. Rev. Lett.*, 67:516, 1991.
- [9] Floquet. Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques. *Annales scientifiques de l'ÉNS deuxième série*, 12:47, 1883.
- [10] T. Dittrich, G.-L. Ingold P. Hänggi, B. Kramer, G. Schön, and W. Zwerger. *Quantum Transport and Dissipation*. Wiley-VCH, Weinheim, 1998.
- [11] F. Grossmann, P. Jung, T. Dittrich, and P. Hänggi. Tunneling in a periodically driven bistable system. *Zeitschrift für Physik B*, 84:315, 1991.
- [12] J. v. Neumann und E. Wigner. Über das Verhalten von Eigenwerten bei adiabatischen Prozessen. *Physik. Zeitschr.*, 30:467, 1929.
- [13] J. Andruszkov et al. First observation of self-amplified spontaneous emission in a free-electron laser at 109 nm wavelength. *Physical Review Letters*, 85:3825, 2000.
- [14] I.I. Sobelman. *Atomic Spectra and Radiative Transitions*, volume 1 of *Springer Series in Chemical Physics*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1979.
- [15] K. Bethge und G. Gruber. *Physik der Atome und Moleküle*. VCH, 1990.
- [16] H. Katori and F. Shimizu. Lifetime Measurement of the $1s_5$ Metastable State of Argon and Krypton with a Magneto-Optical Trap. *Phys. Rev. Lett.*, 70:3545, 1993.

- [17] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Dressed-atom approach to atomic motion in laser light: the dipole force revisited. *J. Opt. Soc. Am.B*, 2:1707, 1985.
- [18] R. Ettig. Beobachtung des Tunnelns massiver Teilchen in Doppelpotentialen. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2006.
- [19] R. Stütze. *Nicht zerfließende Wellenpakete in imaginären Potentialen*. Doktorarbeit, Universität Heidelberg, 2006.
- [20] M.K. Oberthaler. *Wellen im periodischen Medium am Beispiel atomarer Materiewellen in Lichtkristallen*. Doktorarbeit, Universität Innsbruck, 1997.
- [21] F. Bloch. Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern. *Zeitschrift für Physik A*, 52(7-8):550, 1929.
- [22] M. V. Federov, M. A. Efremov, V. P. Yakovlev, and W. P. Schleich. Dynamics of spontaneous radiation of atoms scattered by a resonance standing light wave. *Journal of experimental and theoretical Physics*, 97:522, 2003.
- [23] P. Treutlein. Dispersionsmanagement für Materiewellen. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2002.
- [24] T. Hörner. Propagation von Materiewellen in periodischen Doppelpotentialen. Diplomarbeit, Universität Heidelberg, 2005.
- [25] T. Dittrich and P. Hänggi. Tunneln mit Antrieb. *Physikalische Blätter*, 51:956, 1995.
- [26] C.Y. Chen, Y.M. Li, K.Bailey, T.P. O'Connor, L.Young, and Z.-T. Lu. Ultrasensitive Isotope Trace Analyses with a Magneto-Optical Trap. *Science*, 286:1139, 1999.
- [27] C. E. Creffield. Location of crossings in the Floquet spectrum of a driven two-level system. *Physical Review B*, 67:165301, 2003.
- [28] R. Gommers, S. Denisov, and F. Renzoni. Quasiperiodically Driven Ratchets for Cold Atoms. *Physical Review Letters*, 96:240604, 2006.
- [29] D. A. Steck, W. H. Oskay, and M. G. Raizen. Fluctuations and Decoherence in Chaos-Assisted Tunneling. *Physical Review Letters*, 88:12, 2002.
- [30] M. Göbel. Propagation von Materiewellen in imaginären Potentialen. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2003.
- [31] M. Störzer. Realisierung eines langsamen, intensiven Strahls metastabiler Argon-Atome. Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2003.
- [32] H.J. Metcalf and P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Springer Verlag, New York, 1999.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich während meines Studiums und meiner Diplomarbeit unterstützt haben.

- Prof. Markus Oberthaler danke ich dafür, dass ich an diesem interessanten Experiment meine Diplomarbeit durchführen durfte und seine ansteckende Begeisterung für Physik erleben konnte. Die Teepausen an langen Abenden beim Verfassen dieser Arbeit waren immer eine willkommene Abwechslung.
- Priv. Doz. Maarten DeKieviet danke ich für die Bereitschaft diese Arbeit zu begutachten.
- Meiner betreuenden Doktorandin Lisa Kierig danke ich für die optimale Einführung in Experiment und Programmieretechnik. Die physikalischen und nichtphysikalischen Diskussionen mit ihr waren sehr bereichernd. Es war eine schöne Zeit im Labor.
- Meiner Vorgängerin Ramona Ettig danke ich für viel Spaß im GirlsCamp - mit und ohne Methanol.
- Arne Schietinger, meinem Nachfolger und guten Freund, wünsche ich viel Erfolg mit der 'Maschien' und danke ihm für seine ansteckend gute Laune und die Leidensgenossenschaft in gemeinsam durchlebten 'Zeitlöchern'.
- Dem ehemaligen Doktoranden Ralf Stütze danke ich, genauso wie Lisa und Arne, für das Korrekturlesen dieser Arbeit und die schnellen Tex-Tips.
- Allen restlichen Gruppenmitgliedern danke ich für ihre Hilfsbereitschaft, Kameradschaft und die gute Stimmung in den Pausen, bei Feiern und außerhalb des Instituts.
- Der größte Dank geht an meine Eltern Alois und Magdalena Schnorrberger, die mich in meinem bisherigen Leben immer liebevoll unterstützt haben.

Erklärung:

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den _____

Unterschrift